

所得稅制與勞動供給: EITC 政策之模擬研究

陳富立^{*}· 何志欽[†]· 林惠玲[‡]· 林世昌[§]

September 15, 2010

本文嘗試評估不同勞動所得稅抵減制度 (Earned Income Tax Credit, EITC) 設計下, 是否對勞動供給有所影響。我們先以雙元誤差模型 (Two Error Model, TEM) 克服勞動者面臨分段線性預算線制式的問題, 以 95 年主計處人力運用資料估計 20 至 60 歲已婚夫婦的個別結構式 (structural form) 勞動供給函數, 接著在男性優先工作假設下, 模擬不同的 EITC 方案下, 勞動供給的變化。實證結果首先發現使用名目工資的 OLS 或 Tobit 與 TEM 法估計結果有明顯不同, 顯示逕以縮減式 (reduced form) 估計勞動供給函數將產生內生性問題, 甚至使參數正負號反轉。其次, 妻子工時聚集折點處的現象較丈夫明顯, 顯示妻子的替代彈性較丈夫大。第三, 模擬不同之 EITC 設計, 發現隨著最高抵減額的增加, 勞動工時選擇越有向該區段聚集的現象, 且區段選擇跳動情況明顯; 以最高抵減額 48,000 元, 且遞增遞減率各為 40% 與 20% 為例, 將使得丈夫平均減少 6.9% 妻子 8.4% 的工作時數。最後, 不論最高抵減額大小, 平均而言將使得無業家庭中的 59% 投入就業市場。這些模擬結果將可提供政府採行相關租稅政策之參考。

關鍵詞: EITC; 分段線性預算限制式; 雙元誤差模型; 勞動供給; 所得稅
JEL 分類代號: H20; H24; J22

^{*}國立台灣大學經濟研究所碩士, E-mail: r96323024@ntu.edu.tw。

[†]國立成功大學社會科學院院長兼經濟學系教授, E-mail: henryho@mail.ncku.edu.tw。

[‡]國立台灣大學經濟學系教授, E-mail: huilin@ntu.edu.tw。

[§]通訊作者: 國立清華大學經濟學系副教授, E-mail: slin@mx.nthu.edu.tw。

1 緒論

近年來由於全球化經濟活動的盛行，世界各國產業急速變遷，貧富差距的現象日趨惡化，舉例來說，對於因產業外移造成的失業員工，政府一般可採取傳統負所得稅 (Negative Income Tax) 加以救濟，該政策保證貧窮家庭至一最低所得水準，所得若不足最低所得標準，由政府直接補助至該水準為止，而過去文獻指出該政策往往削減貧窮家庭投入勞動市場的意願，無法有效地鼓勵就業，進而脫離貧窮。

美國在 1975 年代迄今陸續實施勞動所得租稅抵減制度 (Earned Income Tax Credit, EITC)，該政策結合租稅與勞動供給，將補貼與勞動所得掛鉤，有別於上述的傳統負所得稅，EITC 的補貼的方式是依照其勞動所得的大小，設計不同的邊際補貼率給予補貼，也就是不再直接給予貧窮家庭補貼，而須投入勞動市場工作才能夠享有補貼，這樣的設計希冀有效解決貧窮家庭對於政府社會福利制度的過分依賴。EITC 一般而言分為三階段，依序為抵減額遞增階段 (phase-in region)、抵減額持平階段 (flat region) 與抵減額遞減階段 (phase-out region)，抵減額遞增階段主要是為了激勵無工作者進入勞動市場工作，因此其邊際補貼率往往較高；抵減額持平階段則為抵減額最高階段；抵減額遞減階段依據某一比率還回最高抵減額，類似給予勞動所得一稅率直至前階段領取的最高抵減額完全扣除為止，該設計是為了解緩非落於補助範圍內的勞動者減少工作時數領取 EITC 的情況發生而設計，因此，該階段之邊際稅率通常較抵減額遞增階段之補貼率要低，亦即較抵減額遞增階段來得平緩許多。

近年來，我國的失業率逐年升高 (伴隨著貧富差距日益擴大)，政府的社會福利措施更顯其重要，如何以適當的政府政策降低失業率，讓勞工得以走出失業的困境，對於勞工個人、其家庭以及社會安定均有正面的效益，由於 EITC 在國外行之有年，是否能藉由該政策的實施誘使勞工增加工時、賺取所得甚至獲取政府補貼，以達成脫離貧窮之目的？准此，本文特將評估採行 EITC 制度對家戶勞動工時的影響進行模擬分析，希冀提供政府施政的參考。

雖然國內探討勞動供給模型的文獻相當豐富 (參見莊慧玲與林世昌, 2006)，但結合租稅與勞動供給的主題則較缺乏深入探討，由於 EITC 補貼率依照勞動所得

的不同累積階段而變化，勞工面對的預算限制式為一分段線性預算線 (piecewise-linear budget constraint)，而不再如同一般假設下的線性預算線單純。事實上，國內的所得稅制度 (屬於累進稅制, progressive tax) 也有相同效果，在不同的所得階段累積下，給予每一所得累積階段不同的邊際稅率，其預算線將會呈現分段線性的凸性形狀。傳統的計量模型如最小平方方法 (Ordinary least squares, OLS) 或工具變數法 (Instrumental variable, IV) 雖然操作上較為簡便，但用來處理分段線性預算限制式時，隱含了無人選擇折點處的假設以及觀察到工時區段即為該勞工欲選擇的區段，忽略了異質性偏好的問題，這些過於簡化的假設，將使得參數估計結果產生嚴重的偏誤，甚至將使得正負號反轉，影響到政策分析與模擬。

本文使用 95 年主計處人力資源調查資料進行實證分析，其中估計非線性預算限制下的結構式勞動供給須給定非勞動所得，由於主計處人力資源資料調查並未涵蓋非勞動所得的資料，因此，本文將 95 年家庭收支調查中 20 至 60 歲戶內個別夫妻非勞動所得逐項挑出，利用一般線性迴歸法估計 95 年人力資源調查中缺乏的戶內夫妻非勞動所得部分；接著我們利用 Triest (1990) 雙元誤差模型 (Two Error Model, TEM) 克服非線性預算限制的問題，分別估計 20 至 60 歲戶內夫妻分別之結構式勞動供給函數；最後，我們設計不同的 EITC 制度，同時考慮綜合所得稅與 EITC 架構下，建構出戶內丈夫與夫妻分別的預算線形狀，模擬 EITC 制度下對戶內夫妻個別的勞動供給影響程度，這些模擬結果希望能提供政府制定相關財政政策之參考。

本文接下來的章節安排如下：第二節簡介 EITC 與相關文獻回顧，第三節則回顧與比較處理分段預算限制式的計量模型，第四節為理論模型設定，第五節則介紹資料來源與計量模型設定，第六節為戶內夫妻個別勞動供給函數實證結果，第七節則提供不同 EITC 設計下的模擬結果，第八節為結論與建議。

2 EITC 之介紹與文獻回顧

2.1 美國 EITC 簡介

勞動所得抵減制度於 1975 年首次小幅度的實行，目前已經成為美國支出最龐大

的社會福利制度之一，該制度目的是爲了讓有小孩的低所得家庭以勞動所得抵減其所得稅。EITC 經由當時進行的一連串熱絡政策辯論而產生，當時社會環境對於負所得稅減少貧窮的方式與效果有所質疑，往往造成貧窮勞工打消工作的念頭，而逐漸地退出勞動市場。舉例而言，政府訂定一貧窮線（維持最低生活品質水準所得），針對收入不足該所得水準者，給予其補貼使之達到該設定的所得水準爲止，容易造成變相鼓勵低所得者離開勞動市場。而 EITC 的出現是爲了改善負所得稅制度的缺失，其精神是要獎勵貧窮家庭投入工作，希望能夠在加入勞動市場後能夠逐漸擺脫貧窮，不再需要政府的支援。

以美國爲例，EITC 中抵減額的大小由納稅人的勞動所得、調整後總所得所決定，並且 EITC 是可退還的 (refundable)，也就是說若將 EITC 中的抵減額與所得稅抵減後，若還有剩餘，年底時政府將會退回該部分。EITC 的設計有三階段，第一階段爲抵減額遞增階段，該階段的抵減金額爲一邊際補貼率乘上該納稅者之勞動所得，以 2004 年爲例，位於該階段且撫養一名小孩的家庭補貼率爲 34%，兩名小孩以上的家庭補貼率爲 40%。第二階段爲抵減額持平階段，位於此階段可領到最高抵減額，如前例中各可領 2,604 與 4,300 美元，而第三階段爲抵減額遞減階段，該階段依據某一比率乘上該納稅者之勞動所得，直至前階段領取的最高抵減額完全扣除爲止，如前例中各爲 16% 與 20%。

EITC 於 1975 年至 1986 年間成長緩慢，且因爲該抵減額因通貨膨脹而使得實質價值減低。一九八六年稅制改革方案 (Tax Reform Act of 1986, TRA86) 通過，而於 1987 年擴大實行 EITC，該方案將抵稅額的計算納入通貨膨脹的因素。該改革方案後，EITC 仍歷經多次擴大，其中幅度最大的爲 1993 年總預算調和法 (Omnibus Reconciliation Act of 1993, OBRA93) 分階段於於 1994 至 1996 年實行，將補貼率大幅調高，以有兩個小孩或以上的家庭而言，將可享有抵減額補貼率由 19.5% 調高至 40%，最高抵減額由 1,511 美元調高至 3,270 美元，抵減額遞減階段稅率由 13.93% 調高至 21.06%。¹ 經由一連串的擴大實行，EITC 的支出不斷擴大，2010 年，聯邦政府在 EITC 中的支出已超過 350 億美元。

¹請參見 Dickert S. et al. (1981), Table 1.

2.2 國外文獻回顧

國外有相當多文獻探討租稅與福利制度對於勞動供給的影響，EITC 多次的擴大施行，提供了豐富的資料探討勞動供給的變化。Eissa and Liebman (1996) 檢視 1986 年 EITC 的擴大實行，對於單親媽媽的影響。該文發現該方案擴張施行後，造成單親媽媽就業率幅度由原先的 74.2% 增加了 2.8%。Averett et al. (1997) 檢視美國所得稅對於已婚且有小孩的婦女選擇工時的影響，在納入托育成本考量下，使用雙誤差模型建構結構式勞動供給函數。該文模擬結果發現，政府若能給予已婚且有小孩的婦女邊際補貼，效果將大於直接提高補助花費的上限額。Eissa and Hoynes (1998) 檢驗 1993 年的 EITC 擴大施行，對於已婚夫妻的影響。該文設定妻子為次要工作者，發現於 EITC 擴張施行的 1984 年至 1996 年間，EITC 對於已婚婦女的就業與否有負面影響，估計降低就業參與率 1.2%。Keane and Moffitt (1998) 將偏好與預算限制式作外生參數化設定，並且將預算限制式離散化為多個點，並且採用離散選擇模型 (discrete choice model) 估計；該模型下的政策模擬顯示，1984 至 1996 年的 EITC 擴大實施政策使得單親媽媽勞動參與率從原先的 65.4% 增加 10.7%。Meyer and Rosenbaum (2001) 檢驗 EITC 與其他福利政策下對於單親媽媽的就業影響。並且分開檢驗每一個政策下的效果，該文發現 1984 至 1996 年單親媽媽就業率的增加有 63% 可歸因於 EITC，而 1992 至 1996 年的就業率增加有 37% 歸因於 EITC。Wu (2005) 考量 EITC 與其他社會福利政策下的非線性預算限制線，以無母數方法估計單親媽媽的勞動供給函數。該文發現實行 EITC 後，當單親媽媽工時選擇位於抵減額遞增階段時，勞動供給將會增加，當位於抵減額遞減階段時，勞動供給將會減少，由於這兩種力量互相抵消，這可解釋平均而言 EITC 對於勞動供給的影響不顯著的原因。雖然對某些特定家庭有不利誘因存在，然而 EITC 可以有效增加符合請領資格家庭的所得。

2.3 國內文獻回顧

國內結合租稅與勞動供給的相關文獻較為缺乏，對於 EITC 相關文獻多僅止於初步的研究，如從立法面、制度面來比較的文獻較多，或者僅止於討論 EITC 對勞工

選擇是否工作時有所影響，且大多使用 Tobit 模型估計縮減式勞動供給函數，尚缺乏於 EITC 下勞動供給的全面性模擬研究。其中梁正德 (1986) 利用 Hausman 與 Blomquist 建立的計量模型，以問卷方式蒐集資料，估計已婚男性勞動供給函數，並且比較累進稅制與比例稅制所造成的福利損失的差異。許穎心 (2000) 參考 Hausman (1981a) 的實證方法，由於人力資源調查中缺乏非勞動所得，將家庭收支調查與人力資源調查中相同特徵之家庭，採用合併的方式設算非勞動所得，而實證模型則採用 Tobit 模型進行經濟戶長的勞動供給函數，而後探討綜合所得稅產生的無謂損失與總所得的相關性。李淑伶 (2003) 對多國 EITC 制度實施情況做一詳盡的介紹，且利用 Tobit 來估計男性戶長的勞動供給函數，實證結果顯示遞增階段對於勞動供給影響為正向，抵減額遞減階段為負向。許道欣 (2003) 則主要係探討分段預算限制線下，消費者需求函數估計之問題；使用蒙地卡羅法模擬各種估計方法並且加以比較，包含 TEM 模型的估計。模擬結果發現使用 OLS 與 Tobit 方法將造成嚴重的估計偏誤問題；該文利用中研院華人動態家庭資料庫，在設定非勞動所得為零，且將衡量誤差項的標準差予以固定後，考量所得稅下的分段預算限制線估計國內勞動供給函數。該實證結果發現直線化線性預算線下估計結果與 TEM 估計結果差異不大，代表國內勞工選擇工時是以直線化線性預算線下進行選擇。王志誠與葛冠琳 (2009) 介紹美國實施 EITC 制度的情況，主要係以探討立法與施行產生相關之優缺點作一探討。

3 計量模型之回顧與比較

由前節所述，EITC 的實施將會改變預算線的形狀 (參見圖 (1))，稱為具折點的預算限制線 (kinked budget constraint)，事實上，我國採用之綜合所得稅為累進稅，其邊際稅率依據綜合所得金額的大小而定，也會使得勞工面臨之預算限制式呈現一凸性狀的分段預算限制式，此時邊際薪資決定於工時之大小，將產生內生性的問題。本節主要係參考 Moffitt (1990) 對於計量模型的回顧，探討面臨具折點之分段預算限制線時，面臨的問題與解決方法。

具折點的預算限制線之計量估計方法在 1970 與 1980 年代蓬勃發展，與這段

期間內衡量美國多種社會福利及稅制之施行有關。在面對分段線性預算線模型下，估計上面臨兩大問題：首先，當預算線變動時，由於個人選擇之工時可能會變動其選擇之價格預算區段，或是停留在凹折點，個人的選擇變動是高度非線性的。第二，當我們認為條件相同之個人，在面對相同的預算線時，我們觀察到他們的最適選擇卻不盡相同，當預算線變動時，他們的工時選擇變化也有可能不同；因此，在模型中必須考慮觀察到的異質偏好，需求函數中的參數隨著不同人而改變，亦即我們需要一誤差項來解釋此無法觀察到的異質偏好。以下列出四種計量模型，分別探討與比較其面臨分段線性預算線下，估計需求或供給函數時所面臨到的問題。

3.1 一般線性迴歸估計完整之需求函數

此方法以一般線性迴歸模型來估計完整的需求函數，欲以此方程式來解釋個人極大化效用之需求函數為各個區段之截距（虛擬所得，virtual income）與斜率（淨薪資）之方程式。這樣的估計方法有兩個嚴重的問題，真實的需求函數是高度非線性，當我們變動某一特定分段的邊際價格與虛擬所得時，將不會改變需求量，因為改變的某一分段並非此需求量所位於的分段；同樣的，當我們微量的變動某一特定分段的邊際價格與虛擬所得時，需求量可能會呈現非邊際而是呈現大幅度的改變，這樣的原因是因為個人選擇之分段已經改變了所致。然而一般線性迴歸式之參數假設為固定，強迫當預算線變化時，每個人的反應均相同，忽略了預算線變化時個人選擇的變化與個人的起初所在位置有極大的關係。其次，此估計方法忽略了異質性偏好的問題，認為在某一分段預算線內之個人，該段預算線之變化的反應是相同的。在此我們考慮消費者在一凸性預算線選擇兩財貨 X 與 Y ，在此將 Y 財貨的價格標準化為 1， X 財貨價格位於兩分段的價格為 P_1 與 P_2 如圖 (2) 所示。我們可以將完整的需求函數表示如下：

$$\begin{aligned}
X &= D [g(P_1, M)] + (1 - D) [g(P_2, \tilde{M})] \\
D &= 1 \quad \text{if } D^* \geq 0, \quad D = 0 \quad \text{if } D^* < 0 \\
D^* &= V(P_1, M) - V(P_2, \tilde{M}) \\
M &= P_1 X + Y \quad \text{if } X \leq X^* \\
\tilde{M} &= P_2 X + Y \quad \text{if } X > X^*,
\end{aligned}$$

上式中 $V(P, M)$ 為間接效用函數, $g(P, M)$ 則為需求函數。 \tilde{M} 代表虛擬所得, 為第二段預算限制線延展至垂直軸的截距。最適分段的選擇是由最後兩式而決定, 當微小的變動解釋變數時, D 可能不會改變或是從 1 變成 0, 造成完整的需求函數為高度非線性函數。根據上述的例子, 我們不難發現假設參數固定的一般線性迴歸估計法無法正確估計完整的需求函數。

3.2 一般線性迴歸估計邊際需求函數

此估計方法直接估計邊際需求函數, 邊際需求函數可用來解釋分段內的選擇行為。此方法也是大多數國內研究此議題時普遍採行的方法。以 Hall (1973) 所採用的設定為:

$$X_i = g(P_i, M_i) + \epsilon_i \quad (3.1)$$

上式中, 樣本中每一觀察到的個人 i 選擇的需求數量為 X_i , P_i 與 M_i 分別為 X_i 所在區段的邊際價格與虛擬所得, 此邊際需求函數代表個人面對一斜率為 P_i 截距為 M_i 之完全線性預算線時, 所消費的需求量。

然而, 解釋變數中的邊際價格與虛擬所得為個人選擇哪一區段所決定, 亦即邊際價格與虛擬所得為內生決定 (與其選擇的數量有關), 此將導致該估計方法產生嚴重的偏誤。

考慮所得稅後的勞動工時選擇預算線, 該預算線呈現凸性形狀, 以 OLS 來估計邊際需求函數的價格彈性將會向下偏誤, 這是因為面對較低的邊際薪資者, 必定

有較高的工時。而這樣的偏誤的大小程度取決於預算線的凸性程度大小，也就是累進稅的邊際稅率增加的速度，同時在文獻中也指出，因為內生性所導致的偏誤甚至會嚴重到改變價格彈性與所得性的正負號，如 Dubin (1982)、Megdal (1987) 以及 Moffitt and Nicholson (1982)。

若考慮凹性預算限制線時，選擇落於前面區段者，其面對較高的邊際價格與虛擬所得，但需求數量較低，造成需求數量與邊際價格或是虛擬所得間呈現負向關係；這樣的結果說明了我們使用 OLS 來估計邊際需求函數時，其邊際數量與邊際價格、虛擬所得之間關係，與其價格彈性與所得彈性無關，僅只跟其預算線的形狀有關，因此，此估計方法的結果僅只能用來估計預算限制式的形狀 (Moffitt, 1990)。

此估計方法仍有另一項問題，因其估計的是“邊際”的需求函數，其背後隱含了沒有人會選擇折點數量之假設，然而在凸性預算限制線下，人們選擇數量聚集在折點處是相當可能發生，此處特別需注意的是，所謂的選擇折點處並非恰好位於折點量，舉例來說當折點消費量為小數點後三位時，此時選擇數量當然不可能會如此精確的落在折點上，但並不能聲稱無消費者落於折點處，因為這並不意味人們想要趨向折點處消費的可能性不存在，而這必須視資料的情況而定，如 Burtless and Moffitt (1984) 使用社會安全資料來估計退休年數選擇時，可以清楚的發現確實有聚集於折點處的情況。簡言之，OLS 估計邊際需求量認為每一個消費數量選擇處均有一預算線與其相切，此假設排除了選擇量位於折點的情況。

3.3 工具變數估計邊際需求函數

此估計方法主要是為了解決邊際需求函數中之內生性問題，內生性問題通常導致解釋變數與誤差項呈現非獨立關係，因而造成估計上的問題。通常解決此問題的方法為找尋一工具變數，此工具變數與解釋變數有關，但與誤差項無關。虛擬所得與邊際薪資與誤差項有關，舉例而言，當誤差項很大時，導致選擇工時變大，易落於下一預算線分段，課徵較重的邊際稅率，使得邊際薪資較低。因此我們首先要找到一工具變數，將邊際薪資與虛擬所得用工具變數取代之。

工具變數法估計邊際需求函數可以解決大部份的內生性問題，面對凹性預算線

時，消費量將不會落在折點處，然而在凸性預算線下，消費量的選擇仍有可能位於折點處，工具變數估計法仍無法解決這個問題，我們將此情況下的完整需求函數表示如下：

$$X = D_1 [g(P_1, M)] + D_2 [g(P_2, M)] + (1 - D_1 - D_2)X^* \quad (3.2)$$

$$D_1 = 1 \quad \text{if} \quad D_1^* \geq 0, \quad D_1 = 0 \quad \text{if} \quad D_1^* < 0 \quad (3.3)$$

$$D_2 = 1 \quad \text{if} \quad D_2^* \geq 0, \quad D_2 = 0 \quad \text{if} \quad D_2^* < 0 \quad (3.4)$$

$$D_1^* = X^* - g(P_1, M) \quad (3.5)$$

$$D_2^* = g(P_2, \tilde{M}) - X^* \quad (3.6)$$

上式中，考慮凸性預算線，式 (3.5) 與式(3.6) 決定了區段的選擇位置，而不再透過間接效用函數來選擇區段。當 $g(P_1, M) < X^*$ ，所以 $D_1^* > 0$ ，個人需求量選擇將落於第一區段，此時需求函數為 $g(P_1, M)$ ，同理，當 $g(P_2, \tilde{M}) > X^*$ 時，個人需求量選擇將落於第二區段，需求函數為 $g(P_2, \tilde{M})$ 。而當個人選擇需求量落於折點處時，此時 $g(P_1, M) > X^*$ ，且 $g(P_2, \tilde{M}) < X^*$ ， $D_1 = 0$ ， $D_2 = 0$ ，需求將等於 X^* 。²

工具變數法的應用中，仍然假設沒有人選擇折點處，這樣的假設與前述之一般線性迴歸法相同，這樣的錯誤假設使得資料中呈現折點聚集現象時，我們很難認定這些選擇折點處消費的個人到底位於哪一個區段。另一種解決方法是將位於折點處附近的樣本去除，但如此一來將會去除掉許多有用的資料，此外，當資料折點聚集現象並不這麼明顯時，我們很難認定去認定資料是否趨向折點處消費，而這樣的認定過程將很容易影響估計結果。

3.4 雙誤差聯合估計法

TEM 模型最早出現於 Burtless and Hausman (1978)，用來檢視因負所得稅與所得稅制下造成的非線性預算線，對於勞工選擇工時的影響。此計量模型允許個人有兩種誤差，第一種誤差為異質偏好誤差項 α ，代表不同個人間未觀察到的異質性

²詳見 Moffitt (1986) 的證明。

偏好 (unobserved heterogeneity of preference), 表示不同個人間的效用函數變異, 亦即允許在面對相同預算線時, 選擇的消費量不一定會相同。第二個誤差項用來代表最適誤差 ϵ (optimization error), 解釋個人實際上無法精確地調整至想要的工時, 因此當勞工想選擇折點的工時時, 很難精確落於折點處。另一個誤差的來源為衡量誤差 (measurement error), 用來代表因資料不精確產生的誤差。雖然衡量誤差與最適誤差在意義上並不相同, 但在雙誤差模型中計量上難以將此二誤差項分開, 因此雙誤差模型中, 可以將第二個誤差項視作衡量誤差或最適誤差。³ 考慮累進所得稅造成具有一折點 h_1 的凸性預算線 (見圖 (3) 所示), 勞動工時的選擇模型如下:

$$\begin{aligned}
 h &= \gamma + \alpha_0 w(1 - t_1) + \beta y_1 + \alpha + \epsilon && \text{if utility max. on segment 1} \\
 h &= \gamma + \alpha_0 w(1 - t_2) + \beta y_2 + \alpha + \epsilon && \text{if utility max. on segment 2} \\
 h &= h_1 + \epsilon && \text{if utility max. at the kink } h_1
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Utility max. on segment 1 if:

$$\gamma + \alpha_0 w(1 - t_1) + \beta y_1 + \alpha < h_1$$

Utility max. on segment 2 if:

$$\gamma + \alpha_0 w(1 - t_2) + \beta y_2 + \alpha > h_1 \tag{3.8}$$

Utility max. at kink h_1 if:

$$\gamma + \alpha_0 w(1 - t_1) + \beta y_1 + \alpha > h_1$$

$$\gamma + \alpha_0 w(1 - t_2) + \beta y_2 + \alpha < h_1,$$

其中, w 為名目薪資, h_1 為折點, y_1 與 y_2 分別為第一二分段的垂直軸截距, 亦即虛擬所得, t_1 與 t_2 為此二分段下個別的所得稅率, γ 則代表個人特徵變數。

式 (3.7) 表示不同分段下的效用極大化下之工時函數, 若勞工選擇工時落於第一段分段時, 此時勞動工時可被一線性迴歸式所解釋, 此迴歸式包含了第一段預算

³參見 Hausman (1985)。

分段的截距 (虛擬所得 y_1) 與斜率 (淨薪資 $w(1 - t_1)$), 加上用來代表個人偏好不同的異質偏好誤差 α , 以及衡量誤差 ϵ 。同理, 若勞工選擇工時落於第二段時, 工時可被第二個預算分段的截距與斜率, 加上異質偏好誤差與衡量誤差所解釋。然而, 當勞工決定其工時落於折點處 h_1 時, 此時勞動工時 h 等於折點工時加上衡量誤差 ϵ , 由於勞工欲選擇其勞動工時於此一折點處, 異質偏好誤差項並不包含在內。

式 (3.8) 表示勞工欲選擇其工時位於哪一區段或折點處。當想要的工時數小於 h_1 時, 將會選擇第一區段, 亦即其想要的工時數將落在第一區段且不會超過 h_1 。特別注意的是, 在此式中, 並未包含衡量誤差, 亦即雙誤差中僅有異質偏好誤差會影響選擇區段決策, 而這也是式 (3.7) 與式 (3.8) 的差別之處。同理, 當想要的工時數大於 h_1 時, 將會選擇第二區段, 亦即其想要的工時數將落在第二區段且不會小於 h_1 。由上述中式 (3.8) 前兩式我們可以了解, 當 α 很大時, 代表此勞具有想多工作的偏好, 勞工將選擇第二區段, 反之當 α 很小時, 代表此勞具有不喜歡工作的偏好, 勞工將選擇第一區段。而式 (3.8) 的第三式表示當 α 落於兩臨界值間, 假如 α 很大, 使得在第一區段下的選擇超過 h_1 , 亦即超過第一區段的範圍, 落於 h_1 的左邊, 且 α 相對很小, 使得在第二區段下的選擇超過 h_1 , 亦即落於 h_1 的右邊, 此時, 勞工想要的工時不再屬於任一線性分段處, 而將會落於折點處。

Burtless and Hausman (1978) 使用最大概似估計法用來估計以上模型的參數, 且將兩誤差項假設服從常態分配。須估計的參數包含了此二誤差項的變異數, 此兩變異數的估計結果是由資料聚集折點狀況決定, 倘若資料呈現強烈聚集折點處情況, 那麼估計出的 σ_ϵ 將會很小, 因為聚集於折點處隱含了 ϵ 很小, 實際工時與想要的工時差距不大, 因此相對來說實際工時可以成功地趨向折點。

雙誤差模型也可以單獨去掉其中任一誤差項, 使得操作上較為簡易。例如我們可以將異質偏好誤差項去除, 只假設衡量誤差存在於模型中, 但是, 這樣的假定隱含了條件相同之個人將會選擇相同工時, 而當這些條件相同的個人觀察到的工時不同時, 將所有的誤差來源全歸因於衡量誤差, 而非個人的異質性偏好所致。另一種作法則是去除衡量誤差項, 僅假設異質偏好誤差存在於模型中, 這樣的假定隱含了有強烈的趨向折點處選擇情形, 而因為沒有衡量誤差, 使得想要的工時與實際觀

察到的工時相同亦即資料上應可觀察到工時精準無誤於折點處的現象，因此，若資料呈現較不明顯的趨向折點處選擇時，此純異質性偏好誤差模型設定上較不合適。在凸性分段預算限制線下，純異質偏好模型在折點處將呈現聚集現象。

而加入了衡量誤差後，可使得折點聚集處較為緩和。而此兩個誤差項的變異數相對大小可用來解釋其項折點處聚集的程度，若異質偏好誤差變異數較衡量誤差變異數越大，代表項折點處聚集情況越明顯。

雖然雙誤差模型設定上較為合理，但雙誤差模型隱含了觀察到的工時與其區段並非一定是效用極大化的最適區段。這是因為衡量誤差的存在，使得觀察到的工時選擇區段與實際上效用極大化的區段不同。因此，倘若雙誤差模型的假設較為正確，那麼表示前面介紹的三種計量模型估計時會產生不一致性與偏誤，因為他們均有相同的錯誤假設：觀察到的工時區段即為效用最大的區段，因此將此觀察到的區段之虛擬所得與邊際薪資認作是決定需求函數的變數。

4 理論模型設定

4.1 分段預算限制線下的概似函數

本節的模型設定係參考 Triest (1990)、Moffitt (1986) 以及 Heim and Meyer (2003)。考慮綜合所得稅後，勞動在決定勞動供給時數時，面臨的預算將呈現分段線性預算線，其形狀與稅制為累進或累退稅制有關。以我國而言，綜合所得稅為一累進稅，其預算線形狀為包含分段線性部分與凹折點之凸性預算線。第 i 段的分段預算線由斜率 w_i ，截距 y_i 所構成，而該斜率為分段 i 下的淨薪資率 $w_i = w(1-t_i)$ ，截距即為虛擬所得，亦即勞動工時為零時的所得。

我們可推導淨所得如下：

$$NY = w \cdot H + y - R(I) \quad (4.1)$$

上式中， NY 為個人在選擇工時 H 之下的淨所得（課稅後所得）， w 為名目薪資率， y 為非勞動所得 (unearned income or non-labor income)， $R(I)$ 為總稅額支出。 I 為應課稅所得 (taxable income)，係扣除免稅額 E (exemption) 與扣除額

D (deduction) 後的所得, 我們將總課稅支出 $R(I)$ 與應課稅所得 I 表示如下:

$$I = w \cdot H + y - D - E \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} R(I) &= R(I_j) + t_j(I - I_j) \\ &= t_j I - \sum_{i=1}^j (t_i - t_{i-1}) I_i, \quad j = 1, \dots, k, \end{aligned} \quad (4.3)$$

其中 j 為勞動者應課稅所得為 I 時所在的課稅級距, t_j 為該級距的邊際稅率, I_j 為該級距的最低應稅所得, k 為個人之預算線最大分段數目, 將式 (4.2) 帶入式(4.3) 後, 再將其帶入式 (4.1) 如下:

$$NY = w(1 - t_j)h + (1 - t_j)y + t_j(E + D) + \sum_{i=1}^j (t_i - t_{i-1})I_i, \quad j = 1, \dots, k,$$

上式中, 我們可以將淨所得分為兩個部分, 勞動所得為 $w(1 - t_j)h$, 非勞動所得為 $(1 - t_j)y + t_j(E + D) + \sum_{i=1}^j (t_i - t_{i-1})I_i$, 而虛擬所得 y_j 之定義為斜率為 $w(1 - t_j)$ 之第 j 段分段預算線之截距, 亦即將 $h = 0$ 帶入即為第 j 段預算線之虛擬所得:

$$y_j = (1 - t_j)y + t_j(E + D) + \sum_{i=1}^j (t_i - t_{i-1})I_i, \quad j = 1, \dots, k \quad (4.4)$$

討論考慮累進稅率下之分段限制預算線後, 接下來考慮累進稅下的個人休閒與消費選擇模型。個人面臨最適化選擇模型設定如下:

$$\begin{aligned} &\max_{\{C, H\}} U(C, H) \\ &\text{s.t. } NY = C = w \cdot H + y - R(I) \end{aligned}$$

由式 (4.1) 定義過的淨所得 NY 可知消費 C 如下

$$C = w(1 - t_j)h + (1 - t_j)y + t_j(E + D) + \sum_{i=1}^j (t_i - t_{i-1})I_i, \quad j = 1, \dots, k$$

加入所得稅考量後，雖然個人在分段線性預算線中的哪一段，是由休閒與消費所決定，然而個人的選擇行為可以視作面對某一段線性預算線，局部地選擇使個人效用最大，此一段線性預算線之休閒的相對價格為 $w(1 - t_j)$ ，虛擬所得為 $(1 - t_j)y + t_j(E + D) + \sum_{i=1}^j (t_i - t_{i-1})I_i$ 。其中第三段可以解釋為一調整項，若只採取一固定稅率 t_j 時與累進稅制之調整項，亦即累進差額。因此，我們可視作在加入累進所得稅考量後，個人的勞動供給為一局部的淨薪資與虛擬所得所構成之函數。

接下來設定間接效用函數：

$$v(w, y) = e^{\beta w} \left(y + \frac{\alpha_0}{\beta} w - \frac{\alpha_0}{\beta^2} + \frac{\gamma + \alpha}{\beta} \right),$$

上式中 α_0, β 以及 γ 為參數，其中 α 為隨機變數。

當預算限制式為線性時，由上式之間接函數以 Roy's Identity 導出勞動供給函數為：⁴

$$h^*(w, y) = \gamma + \alpha_0 w + \beta y + \alpha$$

由於異質性偏好是無法被觀察得知，因此我們假設一隨機變數 α 來代表之。且因為此異質偏好對於個人是固定的，所以我們假設在母體中 α 服從一平均數為零的常態分配 ($N(0, \sigma_\alpha^2)$)。觀察到的工時 h 假設為個人期望工時加上一可加的誤差項 ϵ ，該誤差項代表樣本衡量誤差或是勞動市場中提供之工作時數與期望工時之誤差：

$$h = h^* + \epsilon$$

⁴由 Roy's Identity 可知：

$$\begin{aligned} h^* &= \frac{\frac{\partial v(w, y)}{\partial w}}{\frac{\partial v(w, y)}{\partial y}} \\ &= \frac{\beta e^{\beta w} \left(y + \frac{\alpha_0}{\beta} w - \frac{\alpha_0}{\beta^2} + \frac{\gamma + \alpha}{\beta} \right) + \frac{\alpha_0}{\beta} e^{\beta w}}{e^{\beta w}} \\ &= \gamma + \alpha_0 w + \beta y + \alpha \end{aligned}$$

假設觀察到的工時與期望工時之誤差項 ϵ 與異質偏好誤差 α 是獨立的，且 ϵ 服從一平均數為零的常態分配 ($N(0, \sigma_\epsilon^2)$)。本文假設當期望工時為零時，將觀察到的工時設為零，這樣的假設與 Triest (1990) 與 Hausman (1981) 相同。

當觀察到的勞動工時 h 與期望工時 h^* 大於零時，其概似函數如下：

$$\begin{aligned}
 f(h) = & \sum_{i=1}^k \left[\int_{\alpha_{li}}^{\alpha_{ui}} \frac{1}{\sigma_\epsilon} \phi \left(\frac{[h - (\gamma + \alpha_0 w_i + \beta y_i + \alpha)]}{\sigma_\epsilon} \middle| \alpha \right) \frac{1}{\sigma_\alpha} \phi \left(\frac{\alpha}{\sigma_\alpha} \right) d\alpha \right] \\
 & + \sum_{i=1}^{k-1} \left[\Phi \left(\frac{\alpha_{l(i+1)}}{\sigma_\alpha} \right) - \Phi \left(\frac{\alpha_{ui}}{\sigma_\alpha} \right) \right] \frac{1}{\sigma_\epsilon} \phi \left(\frac{h - h_i}{\sigma_\epsilon} \right) \\
 & + \left[1 - \Phi \left(\frac{\alpha_{8760}}{\sigma_\alpha} \right) \right] \frac{1}{\sigma_\epsilon} \phi \left(\frac{h - 8760}{\sigma_\epsilon} \right), \tag{4.5}
 \end{aligned}$$

上式中， $\phi(\cdot)$ 為標準常態分配機率密度函數， $\Phi(\cdot)$ 為標準常態分配累積機率密度函數， w_i 為在第 i 段分段預算線的淨薪資率， y_i 為在第 i 段分段預算線的虛擬所得， h_i 為第 $i + 1$ 段分段預算線開始之折點工時，亦即第 $i + 1$ 與 i 之折點工時。上式中第一項為當期望工時落在某一分段預算線內，且觀察到的工時為 h 的聯合分配機率密度函數，第二項為當期望工時為折點工時，且觀察到的工時為 h 之聯合分配機率密度函數，亦即當 α 選擇落在折點時， ϵ 再調整勞動工時使之為觀察到的勞動工時。第三項為當期望工時落在 8,760 小時 (本文假設之年工作時數上限)，且觀察到的勞動工時為 h 的聯合機率密度函數。 α_{ui} 為使得期望工時落在第 i 分段預算線時的最大 α ， α_{li} 為使得期望工時落在第 i 分段預算線時的最小 α ， α_{8760} 為使得期望工時落在 8,760 小時的最小 α 。 α_{ui} 、 α_{li} 皆為勞動供給方程式參數的函數：

$$\begin{aligned}
 \alpha_{ui} &= h_i - (\gamma + \alpha_0 w_i + \beta y_i) \\
 \alpha_{li} &= h_{i-1} - (\gamma + \alpha_0 w_i + \beta y_i)
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

而式 (4.5) 中之折點工時計算方式則與名目工資和非勞動所得有關：

$$h_i = \frac{I_i - y}{w} \tag{4.7}$$

工時為零時之概似函數設定如下：

$$\begin{aligned}
f(h = 0) = & \int_{-\infty}^{\alpha_{11}} \frac{1}{\sigma_{\alpha}} \phi\left(\frac{\alpha}{\sigma_{\alpha}}\right) d\alpha \\
& + \sum_{i=1}^k \left[\int_{\alpha_{11}}^{\alpha_{ui}} \int_{-\infty}^{-(\gamma + \alpha_0 w_i + \beta y_i + \alpha)} \frac{1}{\sigma_{\epsilon}} \phi\left(\frac{\epsilon}{\sigma_{\epsilon}}\right) \frac{1}{\sigma_{\alpha}} \phi\left(\frac{\alpha}{\sigma_{\alpha}}\right) d\epsilon d\alpha \right] \\
& + \sum_{i=1}^{k-1} \left[\Phi\left(\frac{\alpha_{l(i+1)}}{\sigma_{\alpha}}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha_{ui}}{\sigma_{\alpha}}\right) \right] \Phi\left(\frac{-h_i}{\sigma_{\epsilon}}\right) \\
& + \left[1 - \Phi\left(\frac{\alpha_{8760}}{\sigma_{\alpha}}\right) \right] \Phi\left(\frac{-8760}{\sigma_{\epsilon}}\right), \tag{4.8}
\end{aligned}$$

上式中，第一項為想要工作時數為零的情況，其餘三項為觀察到的工時為零的情況，原因是衡量誤差為想要的工時的減項，因此積分範圍從負無窮大至恰好為想要工作時數，其概念與前面之敘述相同。

4.2 參數限制條件

上一節之概似函數中的觀察到的工時，是假設個人效用函數為凸性，效用極大下的選擇而產生。而此概似函數中的機率若要保證其為正值，必須滿足 $\alpha_{ui} \geq \alpha_{li}$ 與 $\alpha_{l(i+1)} \geq \alpha_{ui}$ 兩條件，第一個條件能自動被滿足，因 $H_k > H_{k-1}$ ；而第二個條件則對估計勞動供給函數的參數產生了限制。MaCurdy (1992) 將第二條件重新表示如下：

$$h_i - (\gamma + \alpha_0 w_{i+1} + \beta y_{i+1}) \geq h_i - (\gamma + \alpha_0 w_i + \beta y_i)$$

所以

$$\alpha_0(w_i - w_{i+1}) \geq \beta(y_{i+1} - y_i)$$

我們再將虛擬所得 y_i 與 y_{i+1} 定義帶入後得到：

$$\alpha_0(w_i - w_{i+1} + 1) \geq \beta(w_i - w_{i+1})H_k$$

最後得到：

$$S_k \equiv \alpha_0 - \beta H_k \geq 0 \tag{4.9}$$

式 (4.9) 中的 S_k 為對每一個觀察值 i 之每一折點 j 處之受補償替代彈性或 Slutsky 條件。所以, 若要使得概似函數能被認定, 我們須使每一個觀察值 i 之每一折點處 j 皆滿足 Slutsky 條件, 若能滿足式 (4.9) 的條件, 那麼同時也將全域地 (globally) 滿足 Slutsky 條件。

當我們以最大概似估計法估計時, 上述之 Slutsky 條件必須能夠被滿足, 實務上的做法通常是限制參數範圍, 強迫 $\alpha_0 \geq 0, \beta \leq 0$, 如此將可以保證式 (4.9) 能被滿足。MaCurdy et al. (1990) 與 MaCurdy (1992) 指出, Hausman 的作法自動地強迫折點處滿足 Slutsky 條件, 也就是折點處受補償替代彈性須大於等於零。然而, Blomquist (1995) 則認為 MaCurdy et al. (1990) 推論 Hausman 模型自動地隱含 Slutsky 條件並不正確。估計過程中, 受補償替代彈性即使未被限制, 其估計之結果仍有可能為正值, MaCurdy et al. (1990) 也估計出負的受補償替代彈性, 因此, 在 Hausman 模型中, Slutsky 條件並非自動地被滿足。然而, 此項限制條件並非經由結構式的經濟理論而來, 而是為了使統計模型能夠被認定所需的條件, 例如假設 $\alpha_0 \geq 0$, 即自動排除了後彎勞動供給曲線的可能, 後來文獻上便將其之評論稱為 MGP 評論 (MGP critique)。MaCurdy (1992) 使用一個二次且可微分的預算線來近似真實的預算線著手, 試圖解決參數限制的問題, 然而, 此方法的前提假設需真實預算線為凸性形狀, 倘若真實預算線不具凸性, 需要將真實預算限凸性化才可使用。而 Heim and Meyer (2003) 則質疑, 普遍存於各個模型的效用函數為凸性之假設是否適當, 倘若真實的效用函數並非凸性, 然而估計模型卻不允許非凸性效用函數的存在, 那麼 Slutsky 條件可能不被滿足, 特別是在實證中, Slutsky 方程式為負的情況常發生, 從效用的設定出發似乎是一個可行的方式, 因此, 他們提出了直接效用估計法嘗試解決上述參數限制的問題, 且在其文章中作了非凸性效用函數下的許多討論。

5 實證資料來源與設定

本節介紹實證資料來源以及估計勞動供給函數所需之重要項目, 如非勞動所得、薪資的估計、免稅額和扣除額的推算、所得稅的級距以及預算線折點計算等等。

5.1 資料來源

本研究使用 95 年主計處人力運用調查資料，針對二十歲至六十歲之夫妻進行實證研究，⁵ 這樣的設定主要是盡可能將退休人口排除在外，戶內夫妻只要有一人不在此年齡範圍內則予以剔除，且將身心障礙者、⁶ 現役軍人、監管人口等亦排除研究樣本外。問卷中若回答想換另一個工作或想增加額外工作者我們也予以排除，根據上述準則篩選，樣本數為 5,937 個。主要變數的敘述統計請參見表 (1)。

95 年人力運用調查資料為人力資源調查的一附屬調查，以戶為單位，調查二十歲以上之戶內人口人力運用情況，但因該資料缺乏非勞動所得部分，因此，本文特使用九五年家庭收支調查之收入資料 (該資料主要變數的敘述統計請參見表 (2))，將戶內夫妻年齡均為二十至六十歲之間的戶內夫妻個之別之非勞動所得挑出後，以戶為單位，將每戶內夫妻非勞動所得總和以迴歸式估計，我們便可用來設算人力資源調查中，二十至六十歲間的夫妻非勞動所得總和的部分。

5.2 估計非勞動所得

非勞動所得在勞動供給模型中是非常重要的部分，特別是在分段線性預算模型中，考慮每一分段預算線的形狀下，非勞動所得是第一分段預算線的截距，該截距的大小將會影響到每一分段預算線的虛擬所得、折點位置與折點個數；特別是我國所得稅制中，可課稅所得定義為綜合所得，亦即包含了勞動所得與非勞動所得，倘若我們逕自將每戶夫妻的非勞動所得設定為零，那麼所得來源僅為勞動所得收入，要到達較高課稅級距階段就顯得非常困難，這樣的簡易設定方式將與事實狀況不符，因此，本文認為仍需對非勞動所得作一較嚴謹的估計。⁷

我們將非勞動所得定義如下：

1. 財產所得收入：

⁵本文夫妻定義為已婚且同居。

⁶由於人力運用調查中之問卷設定為跳答型式，倘若身心障礙者但有工作，則無法由問卷中得知；亦即較嚴謹的說法是本研究排除身心障礙且無工作者之樣本。

⁷雖然華人動態家庭資料庫中有非勞動所得的選項，然而我們發現該資料庫中，非勞動所得的選項拒答比率甚高，採用該資料可能會產生嚴重的樣本選擇誤差問題。

包含利息收入 (金融機構、民間)、投資收入 (股利、紅利) 以及其他財產所得收入。

2. 自用住宅及其營建物設算租金。
3. 經常移轉收入依其來源可以分爲: a.私人 b.政府 (低收入生活補助、老人(農)津貼、公農勞保費、政府補助健保費、公益彩券中獎獎金、災害救助金等)、社會保險現金收益 (公、農、勞、軍保保險受益、健保保險受益)。c.企業 (人身意外災害保險現金收益、其他保險現金收益、中獎)。d.國外。
4. 退休金:
包含月退休金與一次退休金。

將上述定義之非勞動所得各項加總後, 即爲本文定義之個人非勞動所得。將丈夫與妻子個別的非勞動所得加總, 即可得到戶內夫妻非勞動所得。

95 年家庭收支調查中的行業類別與 95 年人力運用調查之行業類別可予合併, 以利於非勞動所得之設算, 我們將行業分成十個類別, 對照如下:

- 類別 1: 農、牧業, 林業及伐木業, 漁業, 礦業及土石採取業。
- 類別 2: 製造業。
- 類別 3: 水電燃氣業, 營造業。
- 類別 4: 批發及零售業。
- 類別 5: 住宿及餐飲業。
- 類別 6: 住宿、倉儲及通信業。
- 類別 7: 金融及保險業, 不動產及租賃業。
- 類別 8: 專業、科學及技術服務業。
- 類別 9: 教育服務業, 公共行政業。
- 類別 10: 醫療保健及社會福利服務業, 文化、運動及休閒服務業, 以及其他服務業。

我們以 OLS 估計下列戶內夫妻合併非勞動所得方程式:

$$\begin{aligned} \text{夫妻非勞動所得} = & \beta_0 + \beta_1 \text{家庭人口} + \beta_2 \text{戶長教育年} + \beta_3 \text{配偶教育年} \\ & + \beta_4 \text{戶長年齡} + \beta_5 \text{戶長年齡平方} + \beta_6 \text{城市} + \beta_7 \text{配偶公職} \\ & + \beta_8 \text{配偶有無工作} + \sum_{i=1}^9 \beta_{i+8} \text{行業別 } i + \epsilon \end{aligned} \quad (5.1)$$

值得注意的是, 95 年家庭收支調查中之戶長定義為經濟戶長, 為戶內主要所得來源者, 亦即戶內收入最高者; 這與 95 年人力運用調查中之戶長定義不同, 人力運用調查中之戶長定義為設籍戶長, 不一定是戶內主要所得來源者; 准此, 我們先將人力運用調查之夫妻總收入最高者選出, 另外定義為經濟戶長, 才能與上述迴歸式定義之經濟戶長變數一致, 而後設算夫妻之非勞動所得。上述非勞動所得的估計結果請參見表 (3)。

5.3 估計薪資方程式

前述討論如何由家庭收支調查資料估計之迴歸式, 來設算人力資源調查中的非勞動所得部分, 然而, 若一勞工的工時為零, 此時該樣本之工資率並無法被觀察到, 若樣本直接剔除掉以 OLS 估計薪資方程式除損失相當的資料訊息, 並產生樣本選擇偏誤 (sample selection bias), 常見的作法則是保留工時為零之樣本 (censored sample), 使用 Heckman (1979) 二階段估計法來進行薪資率之估計, 第一階段使用 Probit 估計勞動參與方程式, 第二階段使用 OLS 估計薪資方程式。由於我們將估計男女的勞動供給, 因此特別針對男女分開估計, 勞動參與方程式的實證結果請見表 (4) 與 (5), 男女薪資方程式的估計則分別見表 (6) 與 (7)。

5.4 計算免稅額與扣除額

經上述之設算後, 我們得到以戶內夫妻為單位的資料, 由於原始資料的缺乏, 我們仍須進行免稅額與扣除額的推算。

免稅額

本人、配偶與撫養親屬，每人的免稅額為 77,000，免稅額為全部免稅額之加總，受撫養親屬定義如下：

1. 配偶與本人之直系親屬、祖父母、曾父母等，年滿六十歲；未滿六十歲者或無謀生能力者。年滿七十歲者，增加其免稅額 50% (亦即 115,500)。
2. 未滿二十歲子女，或年滿二十歲但在學，或身心障礙者。
3. 兄弟姐妹或配偶之兄弟姐妹未滿二十歲，或滿二十歲但仍就學，或身心障礙者。

扣除額

在這裡我們採取標準扣除額，夫妻聯合申報扣除額為 92,000。

特別扣除額

特別扣除額之列舉項目繁雜，但因資料缺乏詳細的報稅資料，故我們僅就資料中可以分辨出的部分來定義特別扣除額項目，我們設算的特別扣除額項目如下：

1. 薪資所得特別扣除額 78,000 元，若未滿 78,000 元者，以薪資所得扣除之，為計算方便起見，只要夫妻每多一人工作，我們便認定其薪資特別扣除額增加 78,000 元。
2. 身心障礙特別扣除額 77,000 元，我們由人力運用調查中 (a7) 選項可以得知是否為身心障礙者，若回答為 (9) 者為高齡 (65 歲以上) 或身心障礙者，但因我們排除了 60 歲以上樣本，因此定義其為身心障礙者。
3. 教育學費特別扣除額 25,000 元，就讀大專以上子女之學費特別扣除額，每戶最高限認列 25,000 元。

5.5 綜合所得稅課稅級距

民國九十五年之課稅級距與稅率(見表(8)):

1. 全年綜合所得淨額在 370,000 元以下者, 課徵 6%。
2. 超過 370,000 元至 990,000 元者, 課徵 22,200 元, 加超過 370,000 元以上部分之 13%。
3. 超過 990,000 元至 1,980,000 元者, 課徵 102,800 元, 加超過 990,000 元以上部分之 21%。
4. 超過 1,980,000 元至 3,720,000 元者, 課徵 310,700 元, 加超過 1,980,000 元以上部分之 30%。
5. 超過 3,720,000 元者, 課徵 832,700 元, 加超過 3,720,000 元以上部分之 40%。

5.6 折點的計算

折點的計算相對複雜, 需視其非勞動所得與課稅起始點之大小, 以決定往後每一分段之邊際稅率以及折點個數, 舉例而言, 若非勞動所得小於課徵起始點 (免稅額與扣除額), 那麼非勞動所得即為第一分段線的截距 (虛擬所得)。特別注意的是, 由於我們將年工時上限訂為 8,760 小時, 若某折點之時數超過 8,760 小時, 則該折點令為 8,760 小時, 且後面之折點則不具意義。如上例中我們假設非勞動所得小於免稅額與扣除額之加總, 因此第一段之分段邊際稅率為 6%, 而後依據其薪資水準決定其折點數, 若第 k 個折點超過 8,760, 則強迫為 8,760, 且 k 以後之折點不在我們的考慮範圍中, 由此可知, 每個人的折點數都不相同, 需視個人的薪資水準、非勞動所得, 以及每人之免稅額與扣除額決定截距項 (亦即應課稅所得) 之大小, 並且該截距項位於哪一課稅級距階段也將影響折點個數, 最後還須考慮我們訂的理論工時上線, 將合理的工時納入我們的折點計算中, 由此可知, 非勞動所得的設定以及免稅額、扣除額、薪資率的估計必須十分嚴謹, 這不但影響到可課稅所得大小, 同時也代表了預算線的起點高度, 以及往後每一分段的虛擬所得、折點工時, 都是構成分段預算限制式的要素之一; 我們計算折點數目以及折點工時後, 再計算每一分段預算線的邊際薪資率以及虛擬所得, 如此才能建構每一位勞工完整的分段預算限制式。

6 勞動供給函數實證結果

本研究利用 Matlab 軟體執行最大概似法之模型估計。⁸ 由於雙元誤差模型之函數型態具高度非線性，實務上收斂過程相對不易，是否收斂須視資料狀況而定，此外，起始值之設定也相當重要，一個好的起始點將可以加快收斂的速度，設定多個起始點往往能夠避免其收斂點為局部性 (local) 最適點，若多個起始點能夠收斂至同一點，那麼此點較有可能為全域 (global) 最適點，經過多次選擇不同起始點的驗證，我們得到相當穩定的解，實證結果列於表 (9) 與 (10)。⁹

雙元誤差模型假設勞工完全地認知因累進稅制而產生的凸性預算限制線，且允許異質性偏好的存在，該異質性偏好呈現一期望值為零的常態分配，而想要的工時決定落於哪一分段預算限制式後，再將觀察到的工時與想要的工時視為最適誤差項，該函數為一結構式勞動供給函數。為比較起見，本文同時也估計縮減式勞動供給函數 (如 Tobit1, Tobit2, OLS1 以及 OLS2 所示) 此時的薪資率為課稅後之邊際薪資率，這樣的作法是假設勞工在選擇工時時僅考慮自己目前所得稅的邊際稅率，且恰有一條直線預算線切於該點，亦即勞工僅考慮目前的邊際稅率而作選擇，而非全域地認知累進稅制下自己的預算限制線實際上是呈現一凸性分段限制線。Tobit2 與 OLS2 的估計乃採用薪資率為名目薪資率，這樣的做法是假設勞工再做勞動工時選擇時，根本不會納入所得稅制的考量，認為名目薪資率即為實質薪資，亦即完全的租稅幻覺存在的假設。

實證結果顯示，表 (9) Tobit1 與 OLS1 之薪資率係數估計結果皆達到 1% 之顯著水準，且其估計結果皆為 -3.26 ，均較雙元誤差模型的 -0.69 來的小；而虛擬所得係數估計結果只有 Tobit1 達到 1% 顯著水準，且 Tobit 的參數估計結果 -0.0005 較雙元誤差模型的 -0.0052 來的大。而表 (10) Tobit2 與 OLS2 之薪資率係數估計結果呈現顯著程度下降情形，甚至在 Tobit2 中，非勞動所得幾乎

⁸為進行勞動供給函數的估計，我們參考 Moffitt (1986) 與 Triest (1990) 的方法，將式 (4.5) 的第一項分解成兩個常態分配累積機率密度函數之差，與常態分配機率密度函數的乘積，以利於簡化概似函數，詳細的推導請參見附錄。另我們採用下坡式 simplex 搜尋法 (Downhill Simplex method) 來極大化概似函數，參見 Matlab Optimization Toolbox 之 fminsearch 指令。

⁹本研究中將收斂敏感度 (估計係數與函數值) 設定為 $1.0E-8$ 。

無解釋能力，只有 OLS1 達到 5% 顯著水準，在雙元誤差模型中，薪資率則達到了 1% 顯著水準，且其估計結果 2.65 較 OLS1 的 -0.51 來的大；而虛擬所得係數估計結果顯示，女性的虛擬所得估計結果無男性般向上偏誤之情形發生。另外我們可由 σ_α 與 σ_ϵ 的相對大小得知聚集折點處程度大小，我們由表中得知，男性之 $\sigma_\alpha = 999.3$, $\sigma_\epsilon = 927.7$ 的相對大小遠較女性之 $\sigma_\alpha = 1678.3$, $\sigma_\epsilon = 1368.7$ 的相對大小來得小，這樣的結果顯示相對於丈夫，妻子工時選擇較有向折點處聚集的現象。

分別對照雙元誤差模型與 Tobit1、OLS1 估計法之估計結果，由表中我們發現使用縮減式逕行估計，如前所述，將會造成嚴重的估計偏誤情形，其中重要的原因是因為變數間之內生性問題的產生，當使用觀察到的該工時點之邊際薪資與虛擬所得當作解釋變數時，由於勞動工時決定了該工時下的淨薪資與虛擬所得，導致淨薪資係數估計結果向下偏誤，而虛擬所得係數將高估，而這樣的嚴重偏誤情況甚至會使得參數符號變號，亦或是使得應為重要的解釋變數估計之解釋能力下降。

另外，租稅幻覺存在與否亦將影響到勞動工時的選擇，倘若租稅幻覺存在，那麼當勞動選擇勞動工時時，將不會體認到勞動所得需要扣除所得稅，亦即勞工錯誤地體認名目薪資為實質薪資而後進行勞動工時選擇。由實證結果得知，Tobit2 與 OLS2 薪資率與勞動所得之參數與雙元誤差模型均有不小的差異，且重要的解釋變數如女性的非勞動所得已經不再對勞動工時有顯著的解釋能力，但是我們也不可以就此斷定女性勞動供給選擇並不會納入非勞動所得的考量，這仍須要回到勞動選擇工時時，是否具有租稅幻覺的這個假定合理與否來做考量，亦即僅由實證結果來直接判斷租稅幻覺存在與否並不是這麼的恰當，較為合理的作法是依據該估計結果要用於甚麼用途，而考量是否要將租稅幻覺的假設納入，然而以本研究實證結果顯示，以名目薪資來估計與 TEM 估計法相較，存在相當的差異，亦即所得稅率的施行，勞工確實能夠有所體認，而影響到其勞動工時的決策。此項結果與許道欣 (2003) 一文之實證研究結果有所不同，雖然皆使用 TEM 模型進行估計，然而本研究與該文之設定有所不同，最主要的差異在於該文使用中研院華人家庭動態資料庫，在假設非勞動所得為零，且固定最適誤差項的變異數之情況下進行估計，

而本文利用家庭收支調查資料估計非勞動所得方程式，而後估計人力資源資料庫中的非勞動所得，且估計過程中並不對雙誤差模型的兩項誤差的變異數作任何的固定。

雖然我們並無法直接由實證結果來直接判斷租稅幻覺存在與否，然而，由前述討論，倘若實質的預算線為一凸性分段預算限制線，名目薪資與實質非勞動所得當作解釋變數的 OLS 理論上將會產生嚴重的偏誤，因此，我們仍認為此過於簡化且武斷地認定租稅幻覺的存在下，而逕行使用名目工資當作解釋變數的估計方法並不適合來進行往後的模擬分析。本文建議在估計勞動供給方程式時仍須採用較為嚴謹的雙元誤差模型予以估計，特別是需要依據這些勞動供給估計結果來作不同租稅政策下之模擬。

7 EITC 之模擬與設計

7.1 設計 EITC 制度

本研究之模擬將 EITC 設定為三個階段，夫妻總勞動所得位於 0 ~ 90,000 元時為抵減遞增階段 (phase-in region)，位於該階段時，補貼百分之 40% 的薪資所得，直至名目勞動所得超過 90,000 元為止，而若勞動所得於 90,000 元時，此時可領抵減額為 36,000 元，為最高抵減額。夫妻總勞動所得超過 90,000，位於 90,000 ~ 114,000 時，為抵減固定階段 (flat region)，此時總勞動所得中前 90,000 的部分仍予以 40% 的補貼，也就是 36,000 元的最高補貼額，而多出 90,000 的部分則不再給予邊際薪資補貼；夫妻總勞動所得位於 114,000 ~ 294,000 元時為抵減遞減階段 (phase-out region)，位於該階段時，將超過 114,000 的勞動所得以 20% 之邊際稅率課稅，直至此區段之課稅總額與前面所領到的 36,000 元租稅抵減抵銷為止 (參見圖 (5))。

另外我們也分別設計其不同的 EITC 制度 (參見表 (11))、(圖 (6))，A、B 以及 C 三案模擬在不同的設計下，EITC 對於勞動供給的影響。除了與夫妻勞動所得有關外，我們也加入了領取 EITC 的資格限制，非勞動所得高於 250,000 元時，不論其勞動所得為何，皆不具申請 EITC 的資格，這樣的作法是希望能夠初步地

排除富有的家庭。

7.2 模擬 EITC

本研究利用前章估計之男女勞動供給函數，以前面估計函數中使用的 5,937 戶已婚夫妻資料為樣本，加入非勞動所得須低於 250,000 元的限制後，具 EITC 資格為 4,147 戶。與之前使用之假設相同：丈夫優先決定工作時數後，妻子再將丈夫之勞動所得納入非勞動所得的一部分再決定自己的工作時數，在考慮不同的 EITC 設計制度下，以及累進所得稅，完整地考慮丈夫與妻子面對的分段線性預算限制式，此時，限制式的折點個數、凸性形狀與該勞工的非勞動所得、名目薪資、免稅（扣除）額有關，計算上較為複雜。

如圖 (4) 所示，當非勞動所得扣除所有的扣除額與免稅額後可課稅所得為 10,000 元，亦即為第一階段的虛擬所得，該金額未達到綜合所得稅的最低級距 370,000 元，首先計算第一個折點 $h_1 = (370000 - \text{taxable income}) / \text{wager rate}$ ，EITC 抵減額遞增階段補貼率為 $S\%$ ，則該勞工的第一分段預算線邊際薪資為 $w(1 + S\%)$ ，當工時累積超過折點 h_1 時，由於其可課稅所得已經累計至第一課稅階段，該階段稅率為 6% ，因此第二段預算線邊際斜率為 $w(1 + S\% - 6\%)$ ，亦即將 EITC 補貼率以及所得稅稅率當作斜率的加減項。

當我們建構每一個丈夫、妻子的分段預算限制線後，再利用前章估計的結構式勞動供給函數，分別計算出丈夫與妻子的勞動供給時數；然而雙元誤差模型中存在有無法被觀察到的異質偏好，該偏好誤差項在雙元誤差模型中假設其服從一平均值為零的常態分配， $\alpha \rightarrow N(0, \sigma_\alpha^2)$ ，因此，在模擬過程中我們將該異質偏好誤差項視為零，而這也是本研究中受限的地方，然而，雖然將該誤差項視為零，由於我們主要觀察的是勞動供給的變化情況，並非預測勞工的工時位於預算線的哪一個位置點上，因此這樣設定下的模擬結果仍屬合理。

7.3 模擬結果

由於我們採用的參數是限制 Slutsky 條件成立的情況下的估計結果，該條件成立下保證替代效果為正；另外我們也限制參數 $\beta \leq 0$ ，因而所得效果為負或為零，

因此，抵減額遞增階段對於勞動供給具有正向效果；而抵減額持平階段可等同視作現金補貼，邊際薪資與名目薪資相同因此該階段僅有所得效果，因此抵減額持平階段對勞動供給為負向效果；而抵減額遞減階段造成邊際薪資減少，所得增加，因此替代效果與所得效果皆會使得抵減額遞減階段的勞動供給減少。

基於我們先前的假設：勞工對於自身的預算線具有完全的認知，亦即充分了解在所得稅與 EITC 下的預算線具凹折點的分段預算限制式，而非直線型的預算限制式，因此，他們能夠選擇自己想要位於哪一個分段預算線。我們首先觀察限制符合 EITC 資格限定非勞動所得小於 250,000 元下的結果：由表 (12)、(13)、(14) 觀察勞動工時選擇的區間跳動狀況，我們可以觀察勞工選擇區間的變化情形，發現選擇區間變動相當明顯，且勞工有向最高抵減階段聚集之情形，這樣的趨勢隨最高補助額的增加而越趨明顯，如此結果並不令人意外，其主要的原由是隨著最高抵減額的增加，造成預算限制線越呈現凸性的結果，在不限定 EITC 領取資格條件下表 (15)、(16)、(17) 也可觀察上述之現象。然而我們感興趣的是，究竟趨向最高補助額的現象究竟是來自於遞增、遞減或是 EITC 外？我們發現最主要的來源是位於抵減額遞減階段的勞工選擇跳動至最高補助階段，而位於抵減額遞增階段的勞工選擇跳動至最高補助階段相較之下較不明顯；另外一個發現是原先位於 EITC 補助範圍外的勞工，隨著最高抵減額的增加，他們減少自身的勞動供給時數而使之落於 EITC 補助範圍的情況越明顯，以最高抵減額為 36,000、48,000、60,000 元下，位於 EITC 範圍外之戶內夫妻將因而約各有 7.2%、24.6%、48.4% 的比例減少工時而進入 EITC 範圍內。這樣的結果可能與勞工模擬前工時的位置有關，倘若勞工工時靠近某兩階段的交接處（折點），那麼勞工較有可能改變分段預算線。

而如同 Eissa and Hoynes (2005) 所言，EITC 最主要關心的是激勵工時為零的勞工投入勞動市場的擴張邊際效果 (Extension margin)，但由於限制非勞動所得須小於 250,000 元的 EITC 資格後，資料中所有的勞動工時選擇都大於零，因此我們也列出取消非勞動所得限制後的模擬結果，來探討不同 EITC 設計下激勵工時為零的勞工投入就業市場的效果。我們由表 (15)、(16)、(17)，觀察到約 59% 的戶內夫妻將開始投入勞動市場，且這樣的比率並不隨著最高抵減額增加而有顯著

改變，另外投入就業市場的戶內夫妻皆仍指選擇至抵減額遞增階段，這樣的現象由表 (21)、(22)、(23) 中，不論 EITC 之最高抵減額設計的大小，戶內夫妻總工時約僅從0工時增加至66小時工時，仍屬少量的增加。

上述的區間變動情況能夠大略讓我們了解戶內選擇總工時區段的結果，而由表 (18)、(19)、(20) 我們進一步觀察戶內夫妻的勞働工時選擇變化情況；由於我們假設丈夫優先選擇其工時，妻子將丈夫的勞働所得視作其非勞働所得的一部分後，再選擇自身的勞働工時，妻子為次勞働者，因此，我們可以發現不論哪一個抵減額區間，妻子的勞働工時變化均較丈夫明顯許多，特別是抵減額遞增階段，由於邊際薪資受到 EITC 的補貼，透過對替代彈性較大的妻子勞働供給函數，使其勞働工時的變化明顯許多。此外，我們發現隨著抵減額很小時 (36,000)，遞增階段的妻子勞働工時增加幅度明顯較大，這樣的結果與工時選擇區間跳動的原因有關，對照前面的區間變動表可以知道當最高抵減額增加後，原先位於抵減額遞增階段的勞工將較不易跳動至最高抵減額區段所致。另外我們得知隨著最高抵減額增加，不論先前丈夫或妻子位於哪一個階段，其增加或減少的幅度皆增加，而總體樣本平均而言，對妻子或丈夫的勞働供給平均而言皆是負面的，且與最高抵減額大小呈現反比，抵減額 36,000、48,000、60,000，對於丈夫減少 1.9%、6.9%、14.5% 的勞働供給，對於妻子減少 1.5%、8.4%、19% 的勞働供給。

隨著最高抵減額與 EITC 補助範圍的擴大，位於 EITC 補助外的勞工，更趨向減少自己的勞働所得使自己落於 EITC 補助範圍內，且自身減少的薪資所得均較可獲得的 EITC 大，且減少的幅度隨著 EITC 範圍的擴大而更加擴大；而遞減額遞增區間則多為增加勞働所得，然而僅少部分的勞働所得增加幅度大於領取 EITC，大部分的勞働所得增加均小於 EITC 額。

家庭收支調查估計人力資源調查中缺乏非勞働所得的部分

8 結論與建議

勞働所得抵減制度目前已經成為美國社會福利制度中支出最龐大且成長最快的制度之一，且因其成效良好，目前已經為多國所仿效實行；為了能夠較為精確的模擬

實施 EITC 後的情況,以利政府施政之參考,本文利用 95 年主計處人力資源調查(另以 95 年家庭收支調查估計非勞動所得),以 20 至 60 歲的戶內夫妻為樣本,使用雙元誤差模型,並考慮我國 95 年度的綜合所得稅制下造成的分段預算限制式,估計丈夫與妻子各別的結構式勞動供給函數,接著設計不同的 EITC 制度,同時考慮 95 年所得稅與 EITC 交互影響下的夫妻個別分段預算限制式,模擬戶內夫妻個別勞動供給變化情形。

實證結果發現妻子選擇工時時向折點聚集的情況較丈夫來得明顯許多,而與國外文獻比較下,我國丈夫與妻子選擇工時時向折點聚集情況皆較不明顯。而使用 TEM 估計之結構式勞動供給函數與使用 Tobit 和 OLS 估計之縮減式勞動供給函數比較,則發現因內生性問題使得估計工資率與非勞動所得之係數產生偏誤頗為嚴重,甚至造成正負號反轉,且這樣的偏誤說明了忽略累進綜合所得稅,逕採取直線預算線假設來估計縮減式勞動供給函數的作法並不恰當,因此本研究建議仍應採取 TEM 進行估計。

而本文模擬 EITC 部分則採用參數限制下之勞動供給函數進行模擬;模擬結果發現, EITC 可以使約 59% 的戶內皆無業的夫妻進入勞動市場工作;且勞動供給有向最高抵減額階段聚集的情況,且隨著最高抵減額的增加,戶內丈夫或妻子皆有不小的勞動供給變動,且區段選擇變動頻繁;以 48,000 的最高抵減額且加入非勞動所得 250,000 的限制條件下的 EITC 設計而言,對非勞動所得低於 250,000 元之夫妻,丈夫平均減少 6.9%,妻子平均減少 8.4%,丈夫妻子總平均勞動供給減少 7.2%,而各階段有領取 EITC 之家庭, EITC 的平均金額各為 34,705 元、48,000 元以及 28,263 元。

往後的研究方向建議納入勞動需求考慮,因為勞動市場工時需求往往非連續,而是高度不連續性的,此外決定是否工作仍有固定成本的考量,例如育嬰成本、交通費用等等。另一研究方向建議可朝向非參數化,不對誤差分配項作任何分配的假設,避免過度參數化的設定,以及建立一套完整的非勞動所得資料,將可建構更清楚完整之個人預算限制式,而利於政策之模擬分析。

參考文獻

- 王志誠與葛冠琳 (2009), 我國引進美國勞動所得稅額抵減制之立法課題,《財稅研究》, 41(1):1-32。
- 李淑伶 (2003), 薪資所得租稅抵減 (EITC) 之研究,《國立政治大學財政研究所碩士論文》。
- 莊慧玲與林世昌 (2006), 台灣婦女勞動供給實證研究之發展,《經濟論文叢刊》,34(2):119-172。
- 許道欣 (2003), 分段線性預算限制模型之估計: 以台灣地區勞動供給為例,《台北大學都市計畫研究所博士論文》。
- 許穎心 (2000), 勞動供給、所得稅與超額負擔—台灣的實證研究,《國立政治大學財政研究所碩士論文》。
- 梁正德 (1986), 所得稅與勞動供給,《國立政治大學財政研究所碩士論文》。
- Averett, S.L., Peters, H.E. and Waldman, D.M. (1997), Tax Credits, Labor Supply, and Child Care, *The Review of Economics and Statistics*, 79(1):125-135.
- Blomquist, N.S.(1988), Nonlinear taxes and labor supply, *European Economic Review*, 32(6):1213-1226
- Blomquist, N.S.(1995), Restrictions in Labor Supply Estimation: Is the MaCurdy Critique Correct?, *Economics Letters*,47(3-4): 229-235.
- Blumenthal, M. , Erard, B. and Chih-Chin, Ho (2005), Participation and Compliance with the Earned Income Tax Credit, *National Tax Journal*, 58(2): 189-213.
- Bourguignon, F. and Magnac, T (1990), Labor supply and taxation in France, *The Journal of Human Resources*, 25(3): 358-389.
- Burtless, G. and Moffitt, R. (December 1978), The Effect of Taxation on Labor Supply: Evaluating the Gary Income Maintenance Experiment, *Journal of Political Economy*, 86: 1103-1130.

- Burtless, G. and Moffitt, R. (1984), The Effect of Social Security Benefits on the Labor Supply of the Aged, in Aaron, Henry, and Gary Burtless, eds, *Retirement and Economic Behavior*, Washington: Bookings Institution.
- Burtless, G. and Moffitt, R. (April 1985), The Joint Choice of Retirement Age and Post-Retirement Hours of Work, *Journal of Labor Economics*, 3: 209–236.
- Dickert S., Houser.S and Scholz J.K. (1981), The Earned Income Tax Credit And Transfer Programs: A Study Of Labor Market And Program Participation, in James M.Poterba eds, *Tax Policy And The Economy 9*, Cambridge, MA: NBER and MIT Press Journals: 1–50.
- Dubin. J (1982), Economic Theory and Estimation of the Demand for Consumer Durable Goods and Their Utilization, unpublished Ph.D. dissertation, Massachusetts Institute of Technology.
- Eissa, N. and Hoynes, H.(2004), The Hours of work response of married couples: taxes and the earned income tax credit, *NBER working paper series*.
- Eissa, N. and Hoynes, H.(2005), Behavioral responses to taxes: lessons from the EITC and labor supply, *NBER working paper series*.
- Eissa, N., Kleven, H.J. and Kreiner, C.T.(2008), Evaluation of four tax reforms in the United States: Labor supply and welfare effects for single mothers,*Journal of Public Economics*, 92(2008):795–816.
- Green, W. (2003), *Econometric Analysis* 5thed, Prentic Hall.
- Hausman, J. (1981a), Exact Consumers’s Surplus and Deadweight Loss, *American Economic Review*, 71(4): 662–676.
- Hausman, J. (1981b), Labor Supply”, in Henry Aaron and Joseph Pechman. eds, *How Taxes Affect Economic Behavior*, Washington, DC: Bookings Institution: 27–72.

- Heckman, J. (1979), Sample selection bias as a specification error, *Econometrica*, 47: 153–161.
- Heim, T.B., Meyer, B.D (2003), Structural Labor Supply Models when Budget Constraints are nonlinear, *Working paper*.
- MaCurdy, T., Green, D. and Paarsch, H. (1990), Assessing Empirical Approaches for Analyzing Taxes and Labor Supply, *The Journal of Human Resources*, 25(3): 415–490.
- MaCurdy, T. (1992), Work Disincentive Effects of Taxes: A Reexamination of Some Evidence, *The American Economic Review*, 82(2): 243–249.
- Megdal. S, The Econometrics of Piecewise-Linear Budget Constraints, *Journal of Journal of business and economic statistics* , April 1987, 51, 243–248.
- Moffitt, R. (1986), The Econometrics of Piecewise-Linear Budget Constraints, *The Journal of Business and Economic Statistics*, 4(3): 317–328.
- Moffitt, R. (1990), The Econometrics of Kinked Budget Constraints, *Journal of Economic Perspectives*, 4(2): 119–139.
- Moffitt. R and Nicholson. W , The Effect of Unemployment Insurance on Unemployment: The Case of Federal Supplemental Benefits, *Review of Economics and Statistics*, February 1982, 64, 1–11.
- Pudney, S. (1989), *Modeling individual Choice: The Economics of Corners, Kinks and Holes*, Oxford: Basil Blackwell.
- Triest, R.K. (1990), The Effect of Income Taxation on Labor Supply in the United States, *The Journal of Human Resources*, 25(3): 491–516.
- Wu, X. (2005), Labor Supply and Income Effects of the Earned Income Tax Credit and Welfare Programs, *Working Paper*.

圖 1: EITC 下的預算限制線

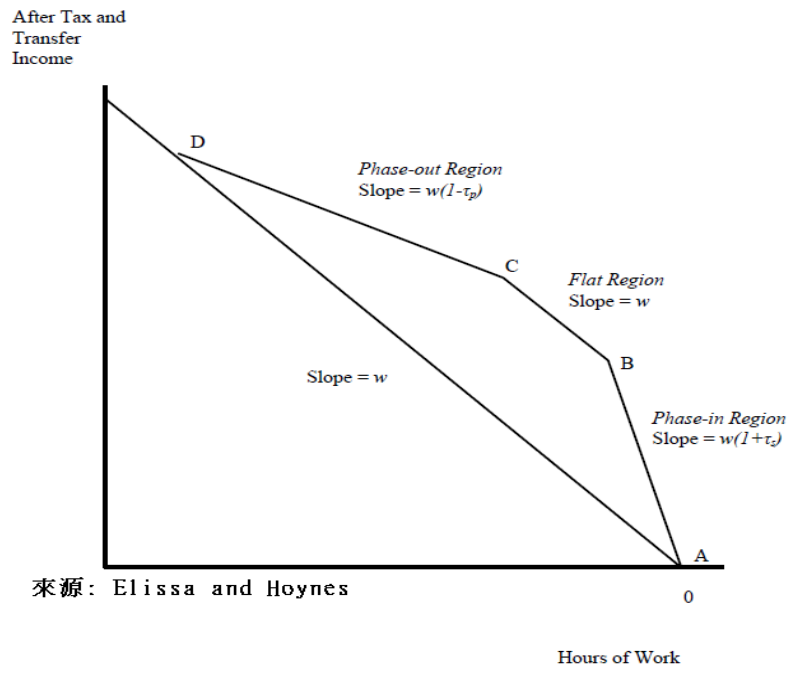


圖 2: 凸性預算線

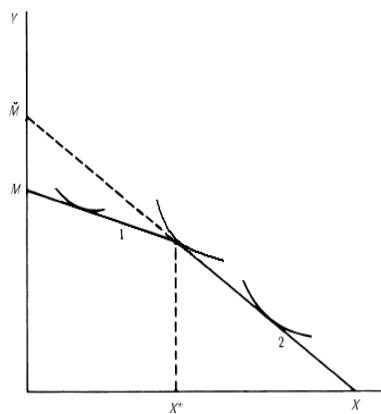


圖 3: 具一折點的凸性預算線

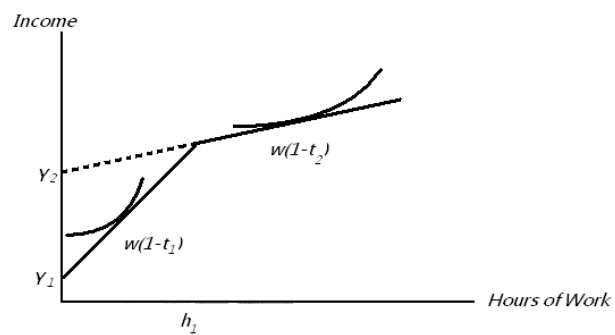


圖 4: 同時考慮 EITC 與所得稅的預算線

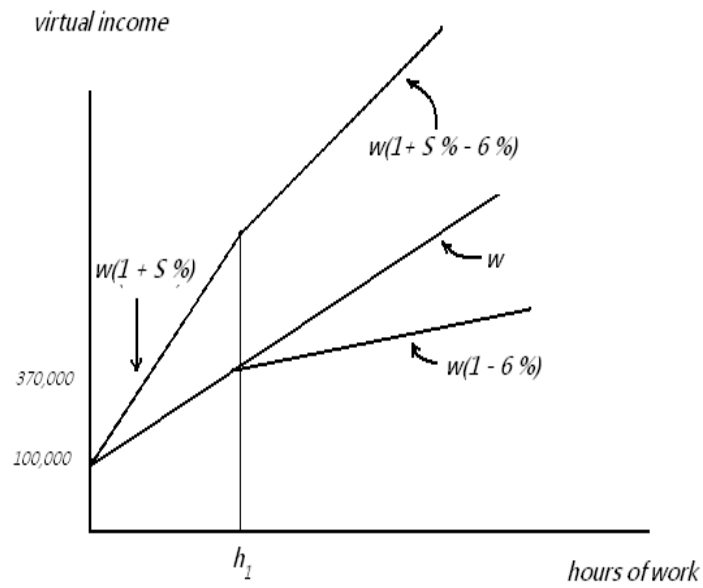


圖 5: EITC 設計圖

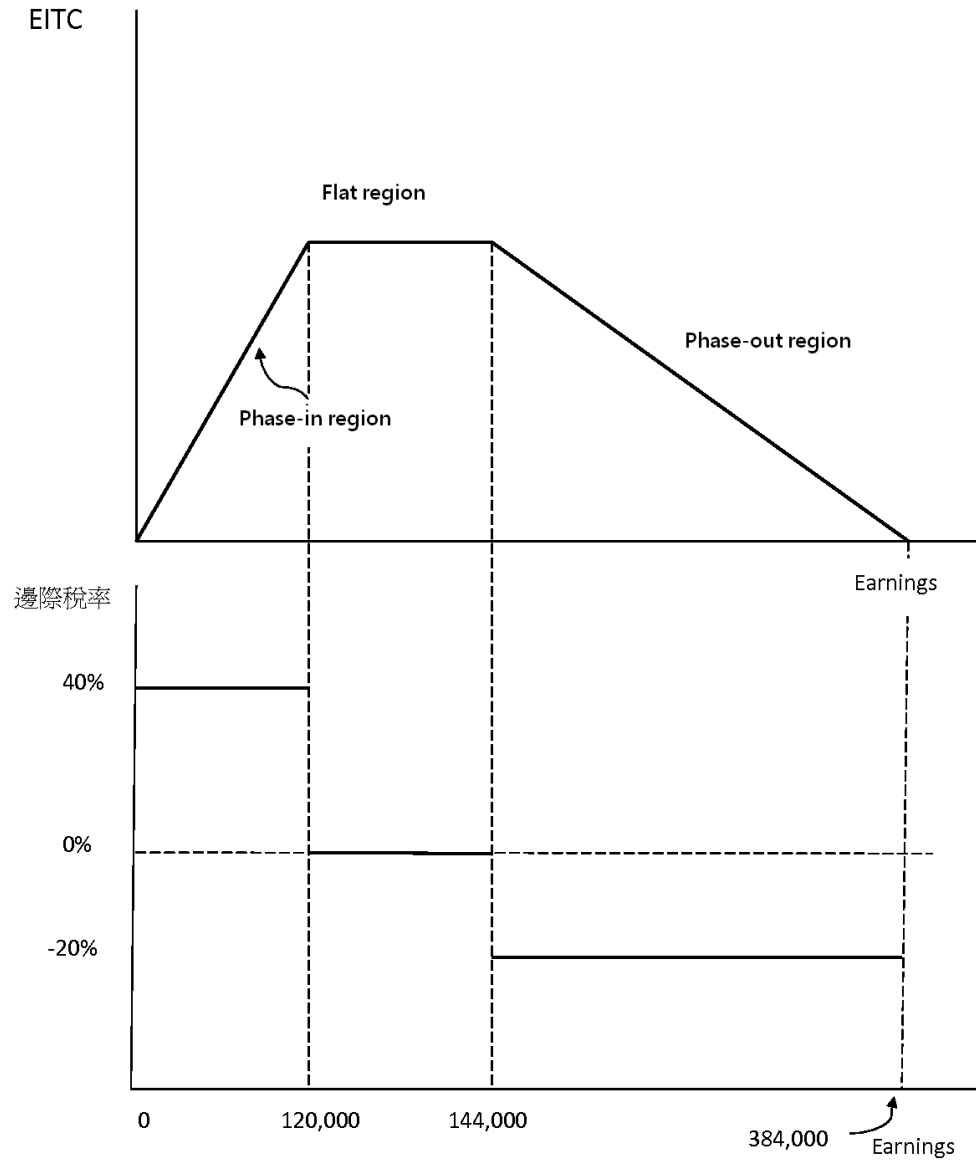


圖 6: EITC 補助額與勞動所得範圍

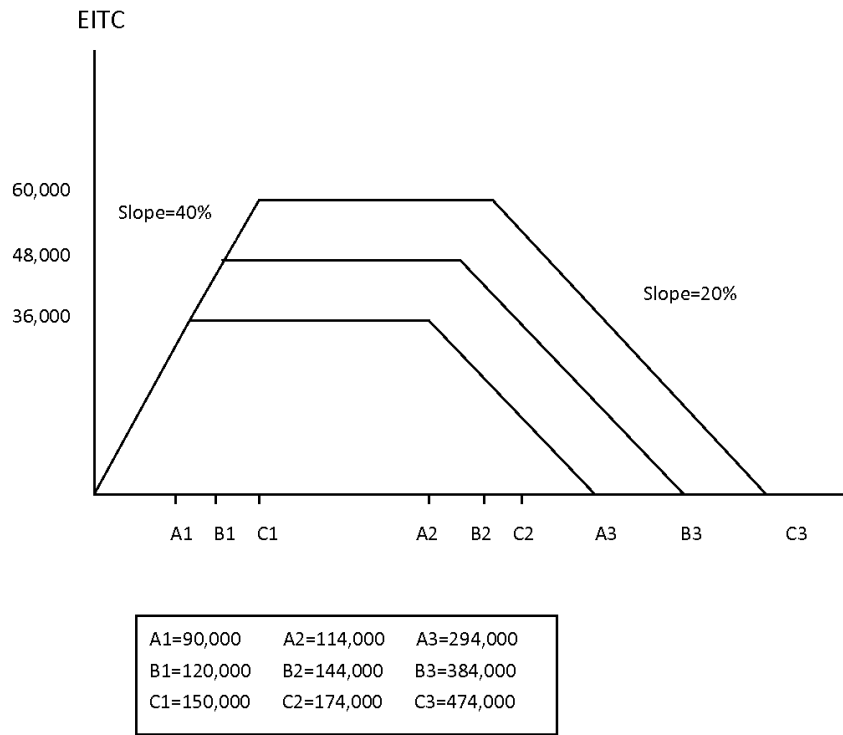


表 1: 九五年人力運用調查變數統計特性

變數	平均	標準差	最小值	最大值	個數
家庭人口	3.5	1.3	2	13	6522
戶長教育年	11.36	3.57	0	23	6522
配偶教育年	10.78	3.36	0	23	6522
戶長年齡	46.06	7.89	20	60	6522
戶長年齡平方	2183.3	711.3	400	3600	6522
城市	0.36	0.48	0	1	6522
配偶公職	0.086	0.28	0	1	6522
配偶有無工作	0.45	0.498	0	1	6522
行業別1	0.088	0.293	0	1	6522
行業別2	0.069	0.253	0	1	6522
行業別3	0.168	0.374	0	1	6522
行業別4	0.052	0.221	0	1	6522
行業別5	0.108	0.311	0	1	6522
行業別6	0.047	0.211	0	1	6522
行業別7	0.160	0.369	0	1	6522
行業別8	0.184	0.387	0	1	6522
行業別9	0.046	0.21	0	1	6522
行業別10	0.073	0.261	0	1	6522

在這裡的戶長定義為經濟戶長。城市定義為台北市、高雄市、基隆市、新竹市、台中市、嘉義市、台南市。

表 2: 九五年家庭收支調查變數統計特性

變數	平均	標準差	最小值	最大值	個數
戶內夫妻合併非勞動所得	218953.8	267080	900	5578619	6543
家庭人口	4.16	1.32	2	13	6543
戶長教育年	12.06	3.45	0	23	6543
配偶教育年	11.4	3.39	0	23	6543
戶長年齡	44.69	8.11	21	60	6543
戶長年齡平方	2063.1	719.1	441	3600	6543
城市	0.41	0.49	0	1	6543
配偶公職	0.077	0.266	0	1	6543
配偶有無工作	0.535	0.499	0	1	6543
行業別1	0.097	0.297	0	1	6543
行業別2	0.087	0.282	0	1	6543
行業別3	0.203	0.402	0	1	6543
行業別4	0.055	0.228	0	1	6543
行業別5	0.106	0.307	0	1	6543
行業別6	0.032	0.177	0	1	6543
行業別7	0.160	0.367	0	1	6543
行業別8	0.177	0.381	0	1	6543
行業別9	0.045	0.208	0	1	6543
行業別10	0.012	0.107	0	1	6543

在這裡的戶長定義為經濟戶長。城市定義為台北市、高雄市、基隆市、新竹市、台中市、嘉義市、台南市。

表 3: 戶內夫妻非勞動所得估計結果*

解釋變數	估計值	t-統計值
截距	372322.6	4.59
戶長教育年	7873.5	5
配偶教育年	11976.5	7.56
戶長年齡	-13351.1	-3.42
戶長年齡平方	241	5.07
城市	56925.6	7.93
戶內人數	3559.7	1.72
戶長行業別1	-292860	-9.15
戶長行業別2	-329440.3	-9.9
戶長行業別3	-366368.1	-12.57
戶長行業別4	-334982	-10.5
戶長行業別5	-369505	-12.76
戶長行業別6	-338682.6	-10.55
戶長行業別7	-374450.1	-13.15
戶長行業別8	-375407.9	-13.04
戶長行業別9	-366079.1	-12.48
配偶公職	-45895.6	-3.86
配偶有無工作	42634	6.27
adjusted R-squared		0.202

* 在這裡的戶長定義為經濟戶長。

表 4: 男性勞動參與方程式估計結果

解釋變數	估計值	標準差	z-統計值
截距	1.56	0.24	6.57
年齡	-0.007	0.004	-1.62
教育年數	0.098	0.001	-1.62
城市	0.355	0.05	6.81
非勞動所得	-5.68E-06	1.94E-07	-29.3
主修一	0.118	0.01	1.201
主修二	0.156	0.008	2.08
Obs	6522		
Log Likelihood	-1696.4		

城市定義為: 台北市、高雄市、基隆市、新竹市、台中市、嘉義市、台南市。

主修一: 學歷為大學以上者主修科目: 文、法、商、教育。

主修二: 學歷為大學以上者主修科目: 理、工、醫、農。

表 5: 女性勞動參與方程式估計結果

解釋變數	估計值	標準差	z-統計值
截距	-2.62	0.45	-5.8
年齡	-0.13	0.02	-6.4
年齡平方	-0.002	0.0002	-7.5
教育年數	0.055	0.008	6.8
城市	-0.12	0.035	-3.3
非勞動所得	-2.03E-07	6.14E-08	-3.3
六歲以下子女	-0.25	0.005	-4.5
子女個數	-0.057	-0.019	-3.04
主修一	0.21	0.047	4.4
主修二	0.322	0.07	4.6
Obs	6522		
Log Likelihood	-4213		

城市定義為: 台北市、高雄市、基隆市、新竹市、台中市、嘉義市、台南市。

六歲以下子女為虛擬變數。

主修一: 學歷為大學以上者主修科目: 文、法、商、教育。

主修二: 學歷為大學以上者主修科目: 理、工、醫、農。

表 6: 男性薪資方程式估計結果

解釋變數	估計值	標準差	t-統計值
截距	-296.6	47.5	-6.2
年齡	19.8	1.96	10.1
年齡平方	-0.24	0.0239	-9.9
教育年數	-5.13	2.89	-1.8
教育年數平方	0.91	0.12	7.6
大型公司	38.46	7.12	5.4
政府機關	30.89	6.87	4.49
受雇員工	-22.86	5.69	-4
λ	267.4	46.32	5.7
城市	23.23	4.09	5.7
北部縣市	12.8	4.72	2.71
Obs	5402		
Adjusted R-squared	0.238		

大型公司: 員工人數一百人以上。

城市定義為: 台北市、高雄市、基隆市、新竹市、台中市、嘉義市、台南市。

北部包含基隆、台北、桃園、新竹縣市。

表 7: 女性薪資方程式估計結果

解釋變數	估計值	標準差	t-統計值
截距	-505.1	78.39	-6.4
年齡	16.1	2.86	5.6
年齡平方	-0.18	0.037	-4.96
教育年數	18.68	1.15	16.2
主修一	11.76	5.26	2.24
主修二	24.8	6.95	3.57
受雇員工	-13.24	5.08	-2.6
政府機關	38.56	6.21	6.2
大型公司	25.17	4.83	5.2
λ	140.4	23.5	6
Obs	3307		
Adjusted R-squared	0.31		

主修一: 學歷為大學以上者主修科目: 文、法、商、教育。

主修二: 學歷為大學以上者主修科目: 理、工、醫、農。

大型公司: 員工人數一百人以上。

表 8: 九五年課稅級距與稅率

課稅級距 (元)	稅率%
0~370,000	6%
370,001~990,000	13%
990,001~1,980,000	21%
1,980,001~3,720,000	30%
3,720,001 以上	40%

表 9: 男性勞動供給函數估計結果

變數	估計值					
	TEM ^a	TEM ^b	Tobit1	Tobit2 ^c	OLS1	OLS2 ^c
截距	3265*** (185.9)	3371.3*** (174.8)	4066*** (77.3)	3339.2*** (81.2)	3843.6*** (86.9)	3320.9*** (70.6)
年齡	-2.6 (3.7)	-4 (3.6)	-27.9*** (26.6)	-11.7*** (1.84)	-25.1*** (1.7)	-11.7*** (1.6)
城市 ^d	458.8*** (55.3)	433*** (54)	171.1*** (26.6)	362*** (27.2)	125*** (25.8)	280*** (22.9)
薪資率	0 —	-0.69*** (0.11)	-3.26*** (0.15)	-0.71*** (0.18)	-3.26*** (0.36)	-0.6*** (0.16)
虛擬所得	-0.0057*** (0.00027)	-0.0052*** (0.00024)	-0.0005*** (0.00015)	-0.0036*** (0.0002)	-0.00017 (0.00026)	-0.0028*** (0.00016)
十八歲下小孩 ^e	88.1** (46.7)	88.3** (46)	67.4** (18.6)	76.2*** (15.7)	55.7*** (13.9)	62.2*** (13.9)
σ_α	999.3*** (19.6)	982*** (19)	—	—	—	—
σ_ϵ	927.7*** (22.6)	926.6*** (22.5)	—	—	—	—
Avg. log likelihood	-7.487	-7.486	-7.2	-7.187	—	—
Adjusted R-squared	—	—	—	—	0.27	0.28
obs	5,937	5,937	5,937	5,937	5,937	5,937

*, **, *** 分別代表在 1%, 5%, 10% 的顯著水準之下統計上顯著。括弧內為漸進標準差 (asymptotic standard error)。

^a constrained $\alpha_0 \geq 0$ 。

^b unconstrained。

^c 薪資率為稅前名目薪資率。本表中其他模型的薪資率定義為觀察到的工時下，依其位於課稅級距扣除所得稅後的淨薪資。

^d 城市定義為：台北市、高雄市、基隆市、新竹市、台中市、嘉義市、台南市。

^e 為虛擬變數。

表 10: 女性勞動供給函數估計結果

變數	估計值					
	TEM ^a	TEM ^b	Tobit1	Tobit2 ^c	OLS1	OLS2 ^c
截距	2853*** (310.4)	2787.7*** (308.9)	3335.4*** (204)	3161.2*** (202.4)	2262.5*** (105.9)	2553*** (104.9)
年齡	-61.2*** (6.5)	-61.1*** (6.5)	-69.1*** (4.29)	-69.6*** (4.28)	-33.5*** (2.13)	-33.8*** (2.1)
城市 ^d	-183.9** (83.5)	-204.7** (83.2)	-126.2** (64.4)	-158** (64.7)	-60.7* (31.8)	-79** (31.9)
薪資率	2.96*** (0.56)	2.65*** (0.58)	0.0496 (0.44)	1.899*** (0.38)	-0.51* (0.26)	0.67*** (0.22)
虛擬所得 ^e	0 —	1.68E-4** (7E-5)	1.38E-4 (9E-5)	7.51E-6 (9E-5)	7.6E-5* (4E-5)	1E-5 (4.7E-5)
六歲下小孩 ^f	-560.2*** (46.7)	-558.1*** (46)	-582*** (18.6)	-608.3*** (15.7)	-292.9*** (13.9)	-310.4*** (13.9)
σ_{α}	1678.3*** (40)	1671*** (40.4)	—	—	—	—
σ_{ϵ}	1368.7*** (60.5)	1370.3*** (22.4)	—	—	—	—
Avg. log likelihood	-4.8552	-4.8548	-4.8139	-4.8119	—	—
Adjusted R-squared	—	—	—	—	0.04	0.041
obs	5,937	5,937	5,937	5,937	5,937	5,937

*, **, *** 分別代表在 1%, 5%, 10% 的顯著水準之下統計上顯著。括弧內為漸進標準差 (asymptotic standard error)。

^a constrained $\beta \geq 0$ 。

^b unconstrained。

^c 薪資率為稅前名目薪資率。本表中其他模型的薪資率定義為觀察到的工時下，依其位於課稅級距扣除所得稅後的淨薪資。

^d 城市定義為：台北市、高雄市、基隆市、新竹市、台中市、嘉義市、台南市。

^e 納入丈夫的勞動所得。

^f 為虛擬變數。

表 11: 設計EITC 各階段之勞動所得

方案	抵減額遞增截止 勞動所得	抵減額持平截止 勞動所得	抵減額遞減截止 勞動所得
A	90,000	114,000	294,000
B	120,000	144,000	384,000
C	150,000	174,000	474,000
D *	90,000	114,000	294,000
E *	120,000	144,000	384,000
F *	150,000	174,000	474,000

*限制申請資格: 非勞動所得小於250,000元。

表 12: 模擬前後區間個數變動比較表(A)

模擬前 區段	模擬後之區段						EITC 外	Total
	零	遞增	折點 A1	持平	折點 A2	遞減		
零	0	0	0	0	0	0	0	0
遞增	0	16	0	6	3	1	0	26
持平	0	0	0	14	1	0	0	15
遞減	0	0	0	7	2	290	0	299
EITC外	0	0	0	0	0	273	3,534	3,807
Total	0	17	0	27	6	564	3,534	4,147

表 13: 模擬前後區間個數變動比較表(B)

模擬前 區段	模擬後之區段						EITC 外	Total
	零	遞增	折點 B1	持平	折點 B2	遞減		
零	0	0	0	0	0	0	0	0
遞增	0	42	0	2	0	0	0	44
持平	0	1	0	17	0	0	0	18
遞減	0	0	0	14	6	753	0	773
EITC外	0	0	0	0	0	814	2,498	3,312
Total	0	43	0	33	6	1,567	2,498	4,147

表 14: 模擬前後區間個數變動比較表(C)

模擬前 區段	模擬後之區段						EITC 外	Total
	零	遞增	折點 C1	持平	折點 C2	遞減		
零	0	0	0	0	0	0	0	0
遞增	0	60	1	5	0	0	0	66
持平	0	2	7	11	0	0	0	20
遞減	0	2	2	43	10	1,426	0	1,483
EITC外	0	0	0	0	0	1,247	1,331	2,578
Total	0	64	10	59	10	2,673	1,331	4,147

表 15: 模擬前後區間個數變動比較表(D)

模擬前 區段	模擬後之區段						EITC 外	Total
	零	遞增	折點 A1	持平	折點 A2	遞減		
零	46	66	0	0	4	0	0	112
遞增	0	154	17	21	0	0	0	192
持平	0	7	2	31	0	0	0	40
遞減	0	6	2	63	9	507	0	587
EITC外	0	0	0	2	0	498	4,506	5,006
Total	46	233	21	117	9	1,005	4,506	5,937

表 16: 模擬前後區間個數變動比較表(E)

模擬前 區段	模擬後之區段						EITC 外	Total
	零	遞增	折點 B1	持平	折點 B2	遞減		
零	46	66	0	0	0	0	0	112
遞增	0	219	6	17	0	0	0	242
持平	0	8	2	41	0	0	0	51
遞減	0	18	12	92	31	1,102	0	1,255
EITC外	0	0	0	1	3	1,139	3,133	4,277
Total	46	311	20	151	34	2,241	3,134	5,937

表 17: 模擬前後區間個數變動比較表(F)

模擬前 區段	模擬後之區段						EITC 外	Total
	零	遞增	折點 C1	持平	折點 C2	遞減		
零	49	63	0	0	0	0	0	112
遞增	0	284	8	14	0	0	0	307
持平	0	5	10	33	0	0	0	48
遞減	0	18	16	139	41	1,913	0	2,127
EITC外	0	0	0	1	1	1,648	1,692	3,342
Total	49	370	34	187	42	3,562	1,693	5,937

表 18: 模擬區間內夫妻總工時變化(A)

模擬前 區段	EITC 模擬前			EITC 模擬後			丈夫 變動	妻子 變動	夫妻總 變動	平均 EITC	區間 個數
	丈夫 工時	妻子 工時	夫妻總 工時	丈夫 工時	妻子 工時	夫妻總 工時					
零	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0
遞增	2,037	35	2,072	2,037	193	2,230	0%	451%	7.6%	20,177	26
持平	2,201	192	2,394	2,123	261	2,385	-3.5%	36%	-0.4%	36,000	15
遞減	2,217	166	2,383	1,900	119	2,020	-14.3%	-28.3%	-15.2%	20,259	299
EITC外	2,322	580	2,902	2,298	573	2,871	-1%	-1%	-1%	5,208	3,807
Total	2,311	545	2,857	2,267	537	2,804	-1.9%	-1.5%	-1.9%	14,277	4,147

表 19: 模擬區間內夫妻總工時變化(B)

模擬前 區段	EITC 模擬前			EITC 模擬後			丈夫 變動	妻子 變動	夫妻總 變動	平均 EITC	區間 個數
	丈夫 工時	妻子 工時	夫妻總 工時	丈夫 工時	妻子 工時	夫妻總 工時					
零	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0
遞增	2,106	87	2,192	2,106	147	2,253	0%	68.9%	2.7%	34,705	44
持平	2,215	108	2,322	2,101	108	2,208	-5.2%	0%	-4.9%	48,000	18
遞減	2,237	234	2,471	1,826	161	1,987	-18.3%	-31%	-19.6%	28,263	773
EITC外	2,333	628	2,961	2,229	587	2,815	-4.5%	-6.5%	-4.9%	8,001	3,312
Total	2,312	546	2,858	2,152	500	2,652	-6.9%	-8.4%	-7.2%	18,652	4,147

表 20: 模擬區間內夫妻總工時變化(C)

模擬前 區段	EITC 模擬前			EITC 模擬後			丈夫 變動	妻子 變動	夫妻總 變動	平均 EITC	區間 個數
	丈夫 工時	妻子 工時	夫妻總 工時	丈夫 工時	妻子 工時	夫妻總 工時					
零	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0
遞增	2,148	105	2,253	2,148	172	2,320	0%	63.8%	3%	42,529	66
持平	2,162	121	2,283	2,071	121	2,192	-4.2%	0%	-4%	60,000	20
遞減	2,292	323	2,615	1,792	220	2,012	-21.8%	-31.9%	-23.1%	38,404	1,483
EITC外	2,329	693	3,022	2,079	583	2,661	-10.7%	-15.9%	-11.9%	13,116	2,578
Total	2,312	548	2,860	1,977	444	2,422	-14.5%	-19%	-15.3%	27,456	4,147

表 21: 模擬區間內夫妻總工時變化(D)

模擬前 區段	EITC 模擬前			EITC 模擬後			丈夫 變動	妻子 變動	夫妻總 變動	平均 EITC	區間 個數
	丈夫 工時	妻子 工時	夫妻總 工時	丈夫 工時	妻子 工時	夫妻總 工時					
零	0	0	0	0	66	66	0	—	—	8,896	112
遞增	356	99	455	356	218	574	0%	120%	26.2%	26,064	192
持平	1,074	179	1,253	1,029	179	1,208	-4.2%	0%	-18%	36,000	40
遞減	1,595	147	1,742	1,332	97	1,429	-16.5%	-34%	-18%	24,052	587
EITC外	2,127	557	2,683	2,094	544	2,638	-1.6%	-2.3%	-1.7%	8,762	5,006
Total	1,969	490	2,459	1,916	478	2,394	-2.7%	-2.4%	-2.6%	18,434	5,937

表 22: 模擬區間內夫妻總工時變化(E)

模擬前 區段	EITC 模擬前			EITC 模擬後			丈夫 變動	妻子 變動	夫妻總 變動	平均 EITC	區間 個數
	丈夫 工時	妻子 工時	夫妻總 工時	丈夫 工時	妻子 工時	夫妻總 工時					
零	0	0	0	0	0	66	66	—	—	8,896	112
遞增	505	111	612	505	232	738	0%	109%	20.6%	31,266	242
持平	1,144	145	1,289	1,076	145	1,222	-5.9%	0%	-5.2%	48,000	51
遞減	1,825	207	2,032	1,448	132	1,580	-20.7%	-36.2%	-22.2%	32,352	1,255
EITC外	2,157	611	2,767	2,043	561	2,604	-5.3%	-8.2%	-5.9%	10,335	4,277
Total	1,969	490	2,459	1,808	444	2,252	-8.2%	-9.4%	-8.4%	22,857	5,937

表 23: 模擬區間內夫妻總工時變化(F)

模擬前 區段	EITC 模擬前			EITC 模擬後			丈夫 變動	妻子 變動	夫妻總 變動	平均 EITC	區間 個數
	丈夫 工時	妻子 工時	夫妻總 工時	丈夫 工時	妻子 工時	夫妻總 工時					
零	0	0	0	0	63	63	0	—	—	8,865	112
遞增	644	118	762	644	232	875	0%	96.6%	14.8%	37,112	307
持平	1,412	86	1,497	1,343	86	1,429	-4.9%	0%	-4.5%	60,000	48
遞減	1,988	287	2,275	1,522	185	1,708	-23.4%	-35.5%	-24.9%	42,054	2,127
EITC外	2,154	678	2,832	1,901	551	2,453	-11.7%	-18.7%	-13.4%	1,5463	3,343
Total	1,970	491	2,461	1,916	391	2,051	-2.7%	-20.4%	-16.7%	30,940	5,937

附錄

推導 A

由 Pudney (1989) 推導之雙元常態分配部分積分公式:

$$I = \int_{-\infty}^{\alpha_1} \cdots \int_{-\infty}^{\alpha_p} \varphi(y_1, \dots, y_q; \mu, \Sigma) dy_p \dots$$

定理 1. Let $(y^1 | y^2) = (y_1 \cdots y_p y_{p+1} \cdots y_q)$ and define $\mu^1 = E(y^1)$, $\mu^2 = E(y^2)$, $\Sigma^{11} = \text{cov}(y^1)$, $\Sigma^{22} = \text{cov}(y^2)$ and $\Sigma^{12} = \text{cov}(y^1, y^2)$, then $y^1 | y^2 \rightarrow N(\mu^*(y^2), \Sigma^*)$, where $\mu^*(y^2) = \mu^1 + \Sigma^{12}(\Sigma^{22})^{-1}(y^2 - \mu^2)$ and $\Sigma^* = \Sigma^{11} - \Sigma^{12}(\Sigma^{22})^{-1}\Sigma^{21}$, thus, by Bayes' theorem

$$\varphi(y^1, y^2; \mu, \Sigma) = \varphi(y^1; \mu^*(y^2), \Sigma^*) \varphi(y^2; \mu^2, \Sigma^{22}) I = \int_{-\infty}^{\alpha_1} \cdots \int_{-\infty}^{\alpha_p} \varphi(y_1, \dots, y_q; \mu, \Sigma) dy_p \dots dy_1$$

使用上述結果, 可得:

$$I = \varphi(y^2; \mu^2, \Sigma^{22}) \int_{-\infty}^{\alpha_1} \cdots \int_{-\infty}^{\alpha_p} \varphi(y^1; \mu^*(y^2), \Sigma^*) dy_p \cdots dy_1$$

考慮二元聯合常態分配的情況 $I = \int_{-\infty}^{\alpha_1} \varphi(y_1, y_2) dy_1$ 上述結果可簡化如下:

$$\begin{aligned} I &= \Phi \left[\frac{\alpha_1 - \mu_1 - \sigma_{12}(y_2 - \mu_2)/\sigma_{22}}{(\sigma_{11} - \sigma_{12}^2/\sigma_{22})^{1/2}} \right] \sigma_{22}^{-1/2} \phi \left(\frac{y_2 - \mu_2}{\sigma_{22}} \right) \\ &= \Phi \left\{ \frac{\alpha_1 - \mu_1}{[\sigma_{11}(1 - \rho^2)]^{1/2}} - \frac{\rho(y_2 - \mu_2)}{[\sigma_{22}(1 - \rho^2)]^{1/2}} \right\} \sigma_{22}^{-1/2} \phi \left(\frac{y_2 - \mu_2}{\sigma_{22}^{1/2}} \right) \end{aligned}$$

上式中 α_1 為 y_1 的積分上界, $\mu_1 = E(y_1)$, $\mu_2 = E(y_2)$, $\sigma_{12} = \text{cov}(y_1, y_2)$, $\sigma_{11} = \sigma_{y_1}^2$, $\sigma_{22} = \sigma_{y_2}^2$, ρ 為 y_1 、 y_2 的相關係數。

式 (4.5) 中之第一項, 可用變換變數 $\nu = \epsilon + \alpha$ 進行簡化, 推導如下:

式 (4.5) 中第一項可以視為一個二元聯合常態分配的積分項 $\int_{\alpha_{11}}^{\alpha_{u1}} \varphi(\alpha, \nu) d\alpha = \int_{-\infty}^{\alpha_{u1}} \varphi(\alpha, \nu) d\alpha - \int_{-\infty}^{\alpha_{11}} \varphi(\alpha, \nu) d\alpha$ 本文假設 $\mu_\alpha = \mu_\epsilon = 0$, 並將該結果帶入

$$\begin{aligned} \int_{\alpha_{11}}^{\alpha_{u1}} \varphi(\alpha, \nu) d\alpha &= \int_{-\infty}^{\alpha_{u1}} \varphi(\alpha, \nu) d\alpha - \int_{-\infty}^{\alpha_{11}} \varphi(\alpha, \nu) d\alpha \\ &= \left\{ \Phi \left[\frac{\frac{\alpha_{u1} - \rho\nu}{\sigma_\alpha}}{\sqrt{1 - \rho^2}} \right] - \Phi \left[\frac{\frac{\alpha_{11} - \rho\nu}{\sigma_\alpha}}{\sqrt{1 - \rho^2}} \right] \right\} \sigma_\nu^{-1} \phi \left(\frac{\nu}{\sigma_\nu} \right) \\ &= \frac{1}{\sigma_\nu} f(Z_1) [F(r_1) - F(R_0)] \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned} \nu &= \epsilon + \alpha, \quad \sigma_\nu = \sqrt{\sigma_\epsilon^2 + \sigma_\alpha^2}, \quad f = \phi(\bullet), \quad F = \Phi(\bullet), \quad Z_i = \frac{[h - g(w_i, y_i; \alpha_0, \beta, \gamma)]}{\sigma_\nu} \\ t_i &= \frac{[h_i - g(w_i, y_i; \alpha_0, \beta, \gamma)]}{\sigma_\alpha}, \quad r_i = \frac{(t_i - \rho Z_i)}{\sqrt{1 - \rho^2}}, \quad R_i = \frac{(T_{i+1} - \rho Z_{i+1})}{\sqrt{1 - \rho^2}}. \end{aligned}$$

推導 B

我們將 Moffitt (1986) 式 (A.3) 之一個折點公式拓展為五個折點:

$$\begin{aligned} P(h > 0) &= \int_{\alpha_{11}}^{\alpha_{u1}} g(w_1, y_1; \alpha_0, \beta) d\alpha + \int_{\alpha_{12}}^{\alpha_{u2}} g(w_2, y_2; \alpha_0, \beta) d\alpha + \int_{\alpha_{13}}^{\alpha_{u3}} g(w_3, y_3; \alpha_0, \beta) d\alpha \\ &+ \int_{\alpha_{14}}^{\alpha_{u4}} g(w_4, y_4; \alpha_0, \beta) d\alpha + \int_{\alpha_{15}}^{\alpha_{u5}} g(w_5, y_5; \alpha_0, \beta) d\alpha + \int_{\alpha_{16}}^{\alpha_{u6}} g(w_6, y_6; \alpha_0, \beta) d\alpha \\ &+ \int_{\alpha_{u1}}^{\alpha_{12}} \frac{1}{\sigma_\epsilon} f \left(\frac{h - h_1}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{1}{\sigma_\alpha} f(\alpha) d\alpha + \int_{\alpha_{u2}}^{\alpha_{13}} \frac{1}{\sigma_\epsilon} f \left(\frac{h - h_2}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{1}{\sigma_\alpha} f(\alpha) d\alpha \\ &+ \int_{\alpha_{u3}}^{\alpha_{14}} \frac{1}{\sigma_\epsilon} f \left(\frac{h - h_3}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{1}{\sigma_\alpha} f(\alpha) d\alpha + \int_{\alpha_{u4}}^{\alpha_{15}} \frac{1}{\sigma_\epsilon} f \left(\frac{h - h_4}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{1}{\sigma_\alpha} f(\alpha) d\alpha \\ &+ \int_{\alpha_{u5}}^{\alpha_{16}} \frac{1}{\sigma_\epsilon} f \left(\frac{h - h_5}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{1}{\sigma_\alpha} f(\alpha) d\alpha \end{aligned}$$

因此, 我們可以將上式分解成簡單常態分配之 pdf 與 cdf:

$$\begin{aligned}
P(h > 0) &= \frac{1}{\sigma_\nu} \phi(Z_1)[\Phi(r_1) - \Phi(R_0)] + \frac{1}{\sigma_\nu} \phi(Z_2)[\Phi(r_1) - \Phi(R_0)] + \frac{1}{\sigma_\nu} \phi(Z_3)[\Phi(r_2) - \Phi(R_0)] \\
&\quad + \frac{1}{\sigma_\nu} \phi(Z_4)[\Phi(r_3) - \Phi(R_0)] + \frac{1}{\sigma_\nu} \phi(Z_5)[\Phi(r_4) - \Phi(R_0)] + \frac{1}{\sigma_\nu} \phi(Z_6)[1 - \Phi(r_6)] \\
&\quad + \frac{1}{\sigma_\epsilon} [\Phi(T_2) - \Phi(t_1)]\phi(s_1) + \frac{1}{\sigma_\epsilon} [\Phi(T_3) - \Phi(t_2)]\phi(s_2) \\
&\quad + \frac{1}{\sigma_\epsilon} [\Phi(T_4) - \Phi(t_3)]\phi(s_3) + \frac{1}{\sigma_\epsilon} [\Phi(T_5) - \Phi(t_4)]\phi(s_4) \\
&\quad + \frac{1}{\sigma_\epsilon} [\Phi(T_6) - \Phi(t_5)]\phi(s_5) + \frac{1}{\sigma_\epsilon} \phi(s_6)[1 - \Phi(t_6)]\phi(s_6)
\end{aligned}$$

上式中:

$$\begin{aligned}
Z_i &= \frac{[h - g(w_i, y_i; \alpha_0, \beta, \gamma)]}{\sigma_\nu}, & s_i &= \frac{(h - h_i)}{\sigma_\epsilon}, & T_{i+1} &= \frac{[h_i - g(w_{i+1}, y_{i+1}; \alpha_0, \beta, \gamma)]}{\sigma_\alpha} \\
t_i &= \frac{[h_i - g(w_i, y_i; \alpha_0, \beta, \gamma)]}{\sigma_\alpha}, & r_i &= \frac{(t_i - \rho Z_i)}{\sqrt{1 - \rho^2}}, & R_i &= \frac{(T_{i+1} - \rho Z_{i+1})}{\sqrt{1 - \rho^2}} \\
\rho &= \frac{\sigma_\alpha}{\sigma_\nu}
\end{aligned}$$